

MAY 2 1931

13
FOLGE, 1931, BAND 8, HEFT 8

ANNALEN DER PHYSIK

Gegründet 1799 durch F. A. C. Gren und fortgeführt durch L. W. Gilbert, J. C. Poggendorff, G. und E. Wiedemann, P. Drude, W. Wien

Der ganzen Reihe 400. Band

Kuratorium:

F. Paschen M. Planck R. Pohl
A. Sommerfeld M. Wien E. Warburg

Unter Mitwirkung
der Deutschen Physikalischen Gesellschaft
herausgegeben von

E. GRÜNEISEN, Marburg/L.
M. PLANCK, Berlin



LEIPZIG / VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH

Im Jahre 1931 erscheinen die Bände 8, 9 und 10 mit je 8 Heften. Der Abonnementspreis beträgt pro Band Rm. 28.— zuzüglich Rm. 1.60 für Porto bei direkter Zusendung für das Inland und Rm. 2.— für das Ausland. Redaktionsschluß am 10. April 1931.

Inhalt

	Seite
Gustaf Ising-Stockholm, Natürliche Empfindlichkeitsgrenzen bei Meßinstrumenten. I. Allgemeines. Die Empfindlichkeitsgrenze der Waage	905
Gustaf Ising-Stockholm, Natürliche Empfindlichkeitsgrenzen bei Meßinstrumenten. II. Die Empfindlichkeitsgrenze des Galvanometers bei verschiedener Dämpfung. (Mit 2 Figuren). . .	911
Otto Neese-Jena, Über eine Anwendung der Barettermethode auf elektrolytische Messungen. (Mit 10 Figuren)	929
H. E. Hollmann-Berlin, Das Magnetron als negativer Widerstand. (Mit 12 Figuren)	956
Fritz Kirchner-München, Über die Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons aus Geschwindigkeitsmessungen. (Mit 8 Figuren)	975
F. Paschen und P. G. Kruger-Charlottenburg, Die Spektren Beryllium I und II	1005

Die Redaktion der Annalen wird von den auf der Titelseite genannten Herren besorgt. Es wird gebeten, Manuskripte an Herrn Geh.-Rat Prof. Dr. E. Grunhagen, Marburg/L., Malzer Gasse 33, einzusenden.

Die Redaktion bittet, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen, welche vom Verlag bekanntgegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft können die Annalen zu einem Vorzugspreis beziehen.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Den zur Veröffentlichung eingereichten Abhandlungen ist die Mitteilung beizufügen, daß eine Publikation an anderer Stelle nicht erfolgt ist.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Bei den **Zitaten** wolle man die Abkürzungen der Zeitschriftentitel nach dem Verzeichnis wählen, welches jedem Jahrgang der „Physikalischen Berichte“ vorangestellt ist.

V
8

1
C
C
1

X

A

5.

I

den
des
ste
die
geb
Gle
mit

(α)

Kon

kraj

die

$\varepsilon =$

Kon

bei

hat.

zwe

(α')

wo

bezo

A

ANNALEN DER PHYSIK

5. FOLGE, 1931, BAND 8, HEFT 8

Natürliche Empfindlichkeitsgrenzen bei Meßinstrumenten

I. Allgemeines. Die Empfindlichkeitsgrenze der Waage
Von Gustaf Ising

§ 1. Allgemeines

Natürliche Empfindlichkeitsgrenzen werden bei verschiedenen Meßinstrumenten durch die Brownschen Schwankungen des beweglichen Systems bestimmt. Theoretisch zeigte A. Einstein¹⁾ schon 1906, im Anschluß an seine Berechnungen über die Brownsche Bewegung kolloidaler Partikel, daß ein elastisch gebundener Körper eine Art Brownscher Bewegung um seine Gleichgewichtslage ausführen muß, und besonders, daß die mittlere Amplitude durch die Formel gegeben ist

$$(\alpha) \quad \frac{1}{2} A \bar{x}^2 = \varepsilon.$$

Hier bezeichnet x eine allgemeine Koordinate, welche die Konfiguration des Systems angibt; A die zugehörige *Direktionskraft* in allgemeiner Bedeutung, definiert dadurch, daß $\frac{1}{2} A x^2$ die potentielle (freie) Energie beim Ausschlage x angibt; $\varepsilon = \frac{1}{2} k \vartheta$ (ϑ = absolute Temperatur, k = Boltzmannsche Konstante) die molekulare Energie pro Freiheitsgrad, welche bei Zimmertemperatur ($\vartheta = 292^\circ$) den Wert $\varepsilon = 2,00 \cdot 10^{-14}$ erg hat. Die Gleichung (α) wird für die folgende Anwendung zweckmäßig in der Form geschrieben:

$$(\alpha') \quad \bar{x} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{A}}, \quad \left(= \frac{2 \cdot 10^{-7}}{\sqrt{A}} \text{ bei Zimmertemperatur} \right),$$

wo also \bar{x} den quadratisch berechneten Mittelwert $\sqrt{\bar{x}^2}$ von x bezeichnet. — Wenn x einen Drehungswinkel bedeutet, A also

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. 19. S. 371. 1906.

eine Direktionskraft in gewöhnlicher engerer Bedeutung, dann hat man z. B. für $A = 10^{-4} \frac{\text{dyn} \cdot \text{cm}}{\text{radian}^2}$ $\bar{x} = 2 \cdot 10^{-5}$ radian.

Eine ausführlichere theoretische Diskussion dieser Art von Brownscher Bewegung ist später besonders von M. v. Smoluchowsky¹⁾ und G. L. de Haas-Lorentz²⁾ geliefert worden. Die Formel (α) ist ein Spezialfall des Äquipartitionsprinzips, und der angegebene Mittelwert der potentiellen Energie ist unabhängig von der speziellen Art des Mechanismus, welcher die „Impulse“ und „Widerstände“ in der schwankenden Bewegung hervorruft. So hat z. B. Frau de Haas-Lorentz eingehend das Problem erörtert, wo die Bewegung des aufgehängten Magnets, bzw. einer aufgehängten Spule, nicht durch Stöße umgebender Moleküle hervorgerufen wird, sondern durch die Wechselwirkung zwischen dem Magneten und den spontanen Stromfluktuationen in der geschlossenen Spule.

Experimentell ist die Existenz solcher spontanen Lage-schwankungen zuerst von P. Zeeman³⁾ (etwa 1922) und seinem Mitarbeiter A. Houdijk⁴⁾ dargelegt worden. Sie haben teils die seitlichen Verbiegungen von feinen, frei hängenden Platin- und Quarzdrähten gemessen, teils die Drehungen eines in einem feinen Drahte hängenden Spiegels beobachtet. Die letzterwähnte Art von Bewegung ist genauer registriert worden von W. Gerlach und E. Lehrer⁵⁾, wobei der Druck der umgebenden Luft von atmosphärischer Größe bis höchstes Vakuum variiert wurde. Sämtliche Versuche zeigten eine mittlere Schwankung, die innerhalb der Versuchsfehler mit (α) übereinstimmte. Die Temperaturabhängigkeit der in einer geschlossenen Leitung auftretenden spontanen elektrischen Spannungsvariationen ist theoretisch und experimentell untersucht

1) M. v. Smoluchowsky, Phys. Ztschr. 13. S. 1069. 1912.

2) G. L. de Haas-Lorentz, Die Brownsche Bewegung und einige verwandte Erscheinungen. Die Wissenschaft, Bd. 52. 1913. (1912).

3) P. Zeeman, vgl. Anmerkung 15 in Ostwalds Klassiker Nr. 199. 1922.

4) A. Houdijk u. P. Zeeman, The Brownian movement of a thread, Amsterdam Proc. 28. Nr. 1. 1925; A. Houdijk, De Brownsche Beweging van een Draad. Diss. Amsterdam 1927.

5) W. Gerlach u. E. Lehrer, Die Naturwissenschaften 15. S. 15. 1927.

worden von L. S. Ornstein zusammen mit H. C. Burger, J. Taylor und W. Clarkson¹⁾ mit Hilfe des Moll-Burger-schen Thermorelais und von J. B. Johnson²⁾ mit Hilfe einer Verstärkeranordnung.

Die Gleichung (α') ist von grundlegender Bedeutung für die Theorie einer Anzahl verschiedener Meßinstrumente (Elektrometer, Waage, Galvanometer usw.), weil dieselbe eine unvermeidliche untere Grenze für den mittleren Fehler bei einer Messung des Ausschlages darstellt. Wir nehmen an, die Empfindlichkeit s eines Meßinstrumentes sei durch die Gleichung

$$s = \frac{\delta x}{\delta q}$$

definiert, wo δq die von außen bewirkte kleine Änderung der zu messenden Größe q (Ladung, Belastung, Stromstärke usw.) ist und δx der dadurch hervorgerufene Ausschlag, welcher abgelesen wird. Die Empfindlichkeit kann als ein Quotient zwischen zwei Größen B und A geschrieben werden

$$(\beta) \quad s = \frac{\delta x}{\delta q} = \frac{B}{A},$$

wo der Nenner A die auf den beweglichen Teil des Instrumentes wirkende Direktionskraft bedeutet und der Zähler B *Deviationsfaktor* genannt werden mag. — Wenn δx einen Gleichgewichtsausschlag bedeutet, dann ist $B \delta q$ das ablenkende Moment, welches von der Änderung δq hervorgerufen wird.

Führt man in (β) für δx den aus (α') genommenen Wert von \bar{x} , dann erhält man

$$(1) \quad \bar{\delta q} = \frac{A}{B} \bar{x} = \sqrt{\frac{2sA}{B}}$$

als den mittleren Fehler des aus einer Ablesung erhaltenen Wert von q .³⁾ Gewöhnlicherweise ist man imstande, für jede

1) L. S. Ornstein, H. C. Burger, J. Taylor u. W. Clarkson, Proc. Roy. Soc. A. 115. S. 391. 1927.

2) J. B. Johnson, Phys. Rev. 32. S. 97. 1928.

3) Der theoretische mittlere Fehler bei einer Ausschlagbestimmung ist \bar{x} nur unter der Voraussetzung, daß die durchschnittliche Nullage $x = 0$ mit hoher Genauigkeit aus zahlreichen Beobachtungen hergeleitet ist. Wenn der Ausschlag als die *Differenz* zweier (voneinander unabhängiger) Ablesungen bestimmt wird, was in der Praxis oft vorkommt, dann wird der mittlere Fehler $= \bar{x} \cdot \sqrt{2}$.

Meßmethode noch eine allgemeine, von der speziellen Dimensionierung des Instrumentes unabhängige Beziehung (γ) zwischen A und B aufzustellen. Zusammen mit (1) ergibt diese dann einen allgemeinen Ausdruck für den mittleren Fehler in q , also eine natürliche Empfindlichkeitsgrenze bei der Messung dieser Größe.¹⁾ Solche Grenzen hat der Verfasser früher angegeben für die Messung von *elektrischer Ladung* mit Hilfe eines Elektrometers²⁾, welches der Bedingung, auch bei (zur Erde) *abgeleiteter* Elektrode stabil zu sein, unterworfen ist; von *Masse* mit der Waage³⁾ und von *Stromstärke* oder *Spannung* mit dem Galvanometer.³⁾

In der vorliegenden und einigen folgenden Abhandlungen soll die Bedeutung dieser Schwankungen bei einigen verschiedenen Meßinstrumenten und -Methoden näher diskutiert werden. — Unten wird die theoretische Empfindlichkeitsgrenze der Waage angegeben. Die folgende Abhandlung behandelt die Empfindlichkeitsgrenze des Galvanometers bei verschiedener Dämpfung, woran sich dann eine Mitteilung über das praktische Erreichen dieser Empfindlichkeitsgrenze anschließen soll.

§ 2. Empfindlichkeitsgrenze der Waage

Die Empfindlichkeitsgrenze der Waage läßt sich in wenigen Zeilen herleiten. Es sei: Länge des Waagebalkens $2a$, Trägheitsmoment desselben $K_0 = m_0 a^2$, wo m_0 eine fiktive Masse darstellt, welche zur Hälfte in jedem Endpunkt des Balkens

1) Die Unsicherheit in q wird nach dieser Herleitung von den Schwankungen in x bedingt und ist also zunächst als *scheinbar* zu betrachten. Gewisse physikalische Größen q , z. B. Spannung und Stromstärke in einer geschlossenen Leitung, besitzen aber selbst eine primäre thermische Schwankung, welche als Ursache (nebst den Stößen der vorhandenen Luftmoleküle) der Schwankung von x anzusehen ist. Vgl. F. Zernike, Die natürliche Beobachtungsgrenze der Stromstärke, *Ztschr. f. Physik* 40. S. 628. 1926.

2) G. Ising, *Undersökningar rörande elektrometrar* I. S. 46. 1917; II. S. 363. 1919. — Die bezügliche Herleitung wird in Kürze auch in deutscher Sprache erscheinen.

3) G. Ising, *Mikroskopavläsning vid galvanometrar och elektrometrar*, Vortrag bei dem 2. nordischen Physikerkongreß in Upsala 1922; *Kosmos* 3. S. 56. 1923. — A natural limit for the sensibility of galvanometers, *Phil. Mag.* 1. S. 827. 1926.

angebracht zu denken ist; Belastung an den Enden des Balkens m bzw. $m + \delta m$, Direktionskraft A , Beschleunigung der Schwere g , Neigungswinkel des Balkens α . Dann gilt für den Gleichgewichtsausschlag δx die Beziehung

$$A \delta x = a g \delta m,$$

woraus die Empfindlichkeit

$$(2) \quad \frac{\delta x}{\delta m} = \frac{a g}{A}.$$

Man hat ferner für die ungedämpfte Schwingungszeit T_0 den Ausdruck

$$T_0 = 2 \pi a \sqrt{\frac{m_0 + 2m}{A}}, \text{ woraus}$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{A}}{a g} = \frac{2 \pi}{T_0 g} \sqrt{m_0 + 2m}.$$

Die Gleichungen (2) und (3) entsprechen den oben als (β) und (γ) bezeichneten. —

Setzt man in (2) für δx den Wert $\bar{x} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{A}}$ ein und dann $\frac{\sqrt{A}}{a}$ zwischen (2) und (3) eliminiert, so wird erhalten

$$(4) \quad \bar{\delta m} = \frac{2 \pi}{T_0 g} \sqrt{2\varepsilon(m_0 + 2m)}$$

als der mittlere Fehler beim Ablesen einer Massenänderung. Die mittlere Senkung $\bar{\delta z}$ der mit $\bar{\delta m}$ belasteten Balkenende beträgt

$$(5) \quad \delta z = a \bar{x} = a \sqrt{\frac{2\varepsilon}{A}} = \frac{T_0}{2 \pi} \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0 + 2m}}.$$

Dieser Ausdruck läßt sich auch aus der Formel

$$(5') \quad g \bar{\delta m} \cdot \bar{\delta z} = 2 \varepsilon$$

berechnen.¹⁾

1) Der Faktor 2 rechts kommt folgenderweise herein: das Auflegen eines beliebigen Übergewichtes μ bringt die Gleichgewichtslage x_0 hervor, wo $\mu g a = A x_0$. Der dieser Senkung entsprechende Energiebetrag $\mu g a x_0 = A x_0^2$ setzt sich zur Hälfte in potentielle Energie $\frac{1}{2} A x_0^2$ um, während die andere Hälfte durch Reibungskräfte abgeführt werden muß, bevor die (mittlere) Gleichgewichtslage x_0 definitiv eingenommen wird.

Für $m_0 = 0$, d. h. bei Vernachlässigung der Balkenmasse gegenüber den an den Enden aufgehängten Massen, wird (4)

$$(6) \quad \overline{\delta m} = \frac{4\pi}{T_0 g} \sqrt{\varepsilon m},$$

was der früher (a. a. O.) angegebenen Formel entspricht. Setzt man in (6) und (5') $\varepsilon = 2,00 \cdot 10^{-14}$, $g = 981$ ein, so wird erhalten

$$(6a) \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{\delta m} = 1,81 \cdot 10^{-9} \frac{\sqrt{m}}{T_0} \text{ gramm,} \\ \overline{\delta z} = 2,25 \cdot 10^{-8} \frac{T_0}{\sqrt{m}} \text{ cm.} \end{array} \right.$$

Wenn z. B. $m = 1000$; $T_0 = 10$, so ergibt sich aus (6a) $\overline{\delta m} = 5,72 \cdot 10^{-9} g$; $\overline{\delta z} = 7,12 \cdot 10^{-9} \text{ cm.}$

Zusammenfassung

Nach allgemeinen Betrachtungen über die durch Brownsche Schwankungen bei Meßinstrumenten gesetzten Empfindlichkeitsgrenzen wird ein Ausdruck für die Empfindlichkeitsgrenze der *Waage* hergeleitet.

Stockholm, Physikal. Inst. d. Universität, Dezember 1930.

(Eingegangen 4. Januar 1931)

Natürliche Empfindlichkeitsgrenzen bei Meßinstrumenten

II. Die Empfindlichkeitsgrenze des Galvanometers bei verschiedener Dämpfung

Von Gustaf Ising

(Mit 2 Figuren)

A. Allgemeiner Teil

§ 1. Dieser erste Teil A gibt die Hauptzüge der Herleitung mit Vermeidung längerer Rechnungen, während der zweite Teil B die nötigen Spezialausführungen enthält. Die Paragraphen in B entsprechen gewissen von denen in A und sind demgemäß doppelt numeriert, so daß z. B. § 6 (2b) in B die Entwicklung in § 2 komplettiert.

In zwei früheren Publikationen¹⁾ hat der Verf. die natürliche Empfindlichkeitsgrenze des Galvanometers für den Spezialfall angegeben, wo die Dämpfung *kritisch* (d. h. gerade hinreichend für aperiodische Einstellung) und ausschließlich elektromagnetischen Ursprungs ist.²⁾ Wenn die Dämpfung einen

1) Vgl. Literaturangaben in I.

2) In diesem Spezialfalle wird die Brownsche Bewegung des Systems ausschließlich durch die spontanen Stromschwankungen in der Spule veranlaßt, wie besonders von F. Zernike (a. a. O.) hervorgehoben worden ist. — Meine Herleitung war, wie in der vorigen Abhandlung I hervorgehoben, auf den Äquipartitionswert für die potentielle Energie des beweglichen Systems basiert [Formel (a)]. Es war schon längst bekannt, z. B. durch die theoretische Erörterung (1912) von Frau De Haas-Lorentz, daß dieser Äquipartitionswert erhalten wird unabhängig von der Art der Mechanismen, welche die Impulse und Widerstände bei den Schwankungen herstellen. Es ist deswegen ein Mißverständnis, wenn gewisse Referenten (F. Zernike, G. Jäger) mir den Gedanken zugeschrieben haben, daß nur die Stöße der Luftmoleküle die Schwankungen hervorrufen sollten. Das Mißverständnis wurde vielleicht dadurch veranlaßt, daß ich die Voraussetzungen für die Herleitung ganz

beliebigen Wert erhält und zum Teil auch von der Luftreibung herrührt, erhält man für die Grenzeempfindlichkeit einen allgemeineren Ausdruck, welcher unten angegeben wird. Damit die Bedeutung des Dämpfungsgrades für die praktische Verwendbarkeit des Galvanometers klar hervortreten möge, ist es zweckmäßig, in die Formel die *Einstellzeit* (τ) an Stelle der ungedämpften Periode (T_0) einzuführen.

§ 2. Die Empfindlichkeitsgrenze bei gegebener Schwingungszeit T_0

Wenn x_0 den Gleichgewichtsausschlag (von $x = 0$ aus) bezeichnet, welcher durch die Stromstärke i , bzw. die Spannung v^1 , hervorgerufen wird, so hat man die Stromempfindlichkeit s_i und die Spannungsempfindlichkeit s_v des Galvanometers

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} s_i = \frac{x_0}{i} = \frac{B}{A}, \\ s_v = \frac{x_0}{v} = \frac{1}{R} \cdot \frac{B}{A}. \end{array} \right.$$

Wo A die Direktionskraft, B der Deviationsfaktor (gewöhnlich „dynamische Galvanometerkonstante“ genannt) und R der Gesamt Widerstand des Galvanometerkreises ist. Für Galvanometer beliebiger Bauart gilt

$$(2) \quad B = \frac{d\Phi}{dx}$$

wo Φ den magnetischen Induktionsfluß durch die Windungen bedeutet.

Die vorhandene Dämpfung wird in der kritischen Dämpfung als Einheit ausgedrückt: die Dämpfung durch mechanische Reibung (Luftdämpfung) sei durch die Zahl n_1 charakterisiert, die elektromagnetische durch n_2 und die gesamte Dämpfung

kurz gefaßt hatte und unter den Theoretikern nur v. Smoluchowsky erwähnte, weil seine ausführliche Diskussion (1912, a. a. O.) besonders dazu beitrug, eine allgemeinere Aufmerksamkeit auf die Lageschwankungen eines elastisch gebundenen Systems zu lenken.

1) Mit den in I. angewandten Bezeichnungen sollten diese Größen bzw. δx , δi , δv geschrieben werden.

durch $n = n_1 + n_2$. Dadurch erhält man noch eine Beziehung zwischen A und B (vgl. § 2b):¹⁾

$$(3) \quad \frac{B^2}{R} = n_2 \frac{A T_0}{\pi}.$$

Durch die Kombination von (1) und (3) gelangt man an die bekannten Ausdrücke.²⁾

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} s_i = \frac{x_0}{i} = \sqrt{\frac{R T_0 n_2}{\pi A}}, \\ s_v = \frac{x_0}{v} = \sqrt{\frac{T_0 n_2}{\pi A R}}. \end{array} \right.$$

Führt man schließlich in (4) für x_0 den mittleren Brownschen Ausschlag $\bar{x} = \sqrt{\frac{2 \epsilon}{A}}$ ein und löst die Gleichungen nach i und v auf, so erhält man die folgenden Mittelwerte der scheinbaren Strom- und Spannungsschwankungen, welche das Galvanometer anzeigt:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{i} = \sqrt{\frac{2 \pi \epsilon}{R T_0} \cdot \frac{1}{n_2}}, \\ \bar{v} = \sqrt{\frac{2 \pi \epsilon R}{T_0} \cdot \frac{1}{n_2}}. \end{array} \right.$$

Nach Quadrieren und Ersetzen von ϵ durch $\frac{1}{2} k \vartheta$, können diese Gleichungen auch in folgender Form³⁾ geschrieben werden:

$$(5a) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{i}^2 = \frac{\pi k \vartheta}{R T_0} \cdot \frac{1}{n_2}, \\ \bar{v}^2 = \frac{\pi k \vartheta R}{T_0} \cdot \frac{1}{n_2}. \end{array} \right.$$

Für $n_2 = 1$ findet man die früher für den aperiodischen Grenzfall mit ausschließlich elektromagnetischer Dämpfung

1) Diese ist die in I. erwähnte dritte Bezeichnung (γ), welche nötig ist, um einen allgemeinen Ausdruck für die mittlere Unsicherheit bei der Messung von i oder v zu erhalten.

2) Diese werden gewöhnlicherweise für *Spulengalvanometer* angegeben; wegen der allgemeinen Gültigkeit von (2) gelten sie aber ebensogut für *Nadelgalvanometer*.

3) Welche ohne Herleitung und mit etwas abweichenden Bezeichnungen publiziert wurde in *Beretning om det 18 Skandinav. Naturforskerskøde*, Kopenhagen 1929, S. 352.

($\therefore n_1 = 0$) angegebenen Ausdrücke wieder. — Führt man in (5) den bei Zimmertemperatur geltenden Wert von ϵ ($2,00 \cdot 10^{-14}$ Erg) und die praktischen Einheiten Ampere, Volt und Ohm ein, wobei Größen, die in diesen Einheiten gemessen werden, durch ein Akzent ausgezeichnet sind, so erhält man:

$$(5b) \quad \begin{cases} \bar{i}' = \frac{1,12 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{R' T_0}} \sqrt{\frac{1}{n_2}} \text{ Amp.}, \\ \bar{v}' = 1,12 \cdot 10^{-10} \sqrt{\frac{R'}{T_0} \cdot \frac{1}{n_2}} \text{ Volt.} \end{cases}$$

Um die Verhältnisse durch numerische Angaben deutlicher zu machen, führen wir die untenstehende Tab. 1 ein, welche nach (5b) mit $n_2 = 1$ berechnet ist:

Tabelle 1.

R Ohm	T ₀ = 2 Sek.		T ₀ = 8 Sek.	
	\bar{i}' Amp.	\bar{v}' Volt	\bar{i}' Amp.	\bar{v}' Volt
1	$7,92 \cdot 10^{-11}$	$0,792 \cdot 10^{-10}$	$3,96 \cdot 10^{-11}$	$3,96 \cdot 10^{-11}$
10	$2,50 \cdot 10^{-11}$	$2,50 \cdot 10^{-10}$	$1,25 \cdot 10^{-11}$	$1,25 \cdot 10^{-10}$
10 ²	$7,92 \cdot 10^{-12}$	$7,92 \cdot 10^{-10}$	$3,96 \cdot 10^{-12}$	$3,96 \cdot 10^{-10}$
10 ³	$2,50 \cdot 10^{-12}$	$2,50 \cdot 10^{-9}$	$1,25 \cdot 10^{-12}$	$1,25 \cdot 10^{-9}$
10 ⁴	$7,92 \cdot 10^{-13}$	$7,92 \cdot 10^{-9}$	$3,96 \cdot 10^{-13}$	$3,96 \cdot 10^{-9}$
10 ⁵	$2,50 \cdot 10^{-13}$	$2,50 \cdot 10^{-8}$	$1,25 \cdot 10^{-13}$	$1,25 \cdot 10^{-8}$
10 ⁶	$0,792 \cdot 10^{-13}$	$7,92 \cdot 10^{-8}$	$3,96 \cdot 10^{-14}$	$3,96 \cdot 10^{-8}$

§ 3. Die Empfindlichkeitsgrenze bei gegebener Einstellzeit τ

Es ist leicht einzusehen, daß zum praktischen Erreichen der Höchstepfindlichkeit eines Galvanometers drei Hauptbedingungen erfüllt werden müssen:

1. Bei gegebener Einstellzeit und gegebenem Widerstand soll die mittlere scheinbare Stromstärkeschwankung \bar{i} möglichst klein sein.

2. Die durch optische oder andere Hilfsmittel hervorbrachte Vergrößerung des Ausschlags soll so groß sein, daß die mittlere Schwankung \bar{x} einem beobachtbaren Bruchteil eines Skalenteils, z. B. $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{10}$ 1), entspricht.

1) Die von mir bei der ersten theoretischen Behandlung angenommene Größe von $\frac{1}{4}$ Skalenteil ist, wie spätere Erfahrung gezeigt hat, unnötig hoch, vorausgesetzt daß die Ablesegenauigkeit derartig ist, daß die Schätzung von Zehntel eines Skalenteils möglich ist.

3. Die *Störungsfreiheit* des Galvanometersystems soll derartig sein, daß die durch äußere Erschütterungen und magnetische Variationen hervorgebrachten zufälligen Nullpunktserlagerungen durchschnittlich bedeutend kleiner als \bar{x} sind.

In dieser Abhandlung soll nur die mehr theoretische Bedingung 1. und deren Zusammenhang mit der Luftdämpfung diskutiert werden.¹⁾ — Man ersieht unmittelbar aus (5) daß Nadelgalvanometer, auch wenn man von äußeren Störungen absieht, für das Erreichen höchster Empfindlichkeit wenig geeignet sind: wegen ihres schwachen Magnetfeldes ist $n_2 \ll 1$, wenigstens bei Schwingungszeiten die einige Sekunden nicht überschreiten, so daß der zweite Faktor $\sqrt{\frac{1}{n_2}}$ in (5) von beträchtlicher Größe wird.

Für die weitere Diskussion sind die Ausdrücke (5) etwas ungeeignet, da sie teils T_0 , teils n_2 enthalten. Aber bei der praktischen Anwendung eines Instrumentes ist es nicht die ungedämpfte Schwingungszeit T_0 sondern die auch vom Dämpfungsgrade abhängige *Einstellzeit* τ , welche von Belang ist. Die Einstelldauer ist diejenige Zeit, die vom Schließen des Stromes verstreicht, bis der Ausschlag den Endwert erreicht hat innerhalb einer von der Beobachtungsgenauigkeit abhängigen Toleranz, die gewöhnlich auf $1/100$ oder $1/1000$ des Endausschlages abgeschätzt werden kann. — Wir bezeichnen mit τ_1 und τ_2 die Zeiten, welche erforderlich sind, damit x definitiv $^{99}/_{100}$ bzw. $^{999}/_{1000}$ des Endausschlages x_0 erreicht habe. — Setzt man

$$(6) \quad \begin{cases} \frac{\tau}{T_0} = f(n), \\ \frac{f(n)}{n - n_1} = \varphi(n, n_1), \end{cases}$$

so gehen die Ausdrücke (5 a) in die folgenden über:

$$(7) \quad \begin{cases} \bar{i}^2 = \frac{\pi k \vartheta}{R \tau} \cdot \frac{f(n)}{n - n_1} = \frac{\pi k \vartheta}{R \tau} \cdot \varphi(n, n_1), \\ \bar{v}^2 = \frac{\pi k \vartheta R}{\tau} \cdot \frac{f(n)}{n - n_1} = \frac{\pi k \vartheta R}{\tau} \cdot \varphi(n, n_1). \end{cases}$$

1) Die beiden übrigen Bedingungen werden in der folgenden Abhandlung erörtert.

Die mittlere Unsicherheit $\bar{\tau}$ einer Strommessung ist *ceteris paribus* $\sqrt{\varphi}$ proportional und somit die Grenzempfindlichkeit proportional $1/\sqrt{\varphi}$. Wie bei τ , so bezeichnet auch bei den Funktionen f und φ eine Index 1 oder 2, daß die Einstellungsgenauigkeit $1/100$ bzw. $1/1000$ ist.

Der Verlauf der Funktion $f(n)$ bei den erwähnten beiden Toleranzgraden wird durch die beiden vollzogenen Kurven der Fig. 1 gezeigt¹⁾; die untere Kurve stellt f_1 , die obere f_2 dar (Fig. 1). Die für $n < 1$ auftretenden Diskontinuitäten, als I, II usw. numeriert, sind rein geometrischer Natur; angenähert wird der Verlauf von $f(n)$ in diesem Gebiet durch die strichgezeichneten kontinuierlichen Kurven dargestellt, welche nach dem Exponentialfaktor allein im Ausdruck der gedämpften

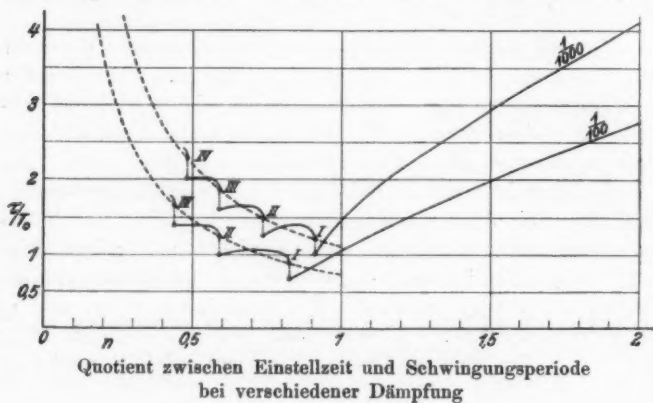


Fig. 1

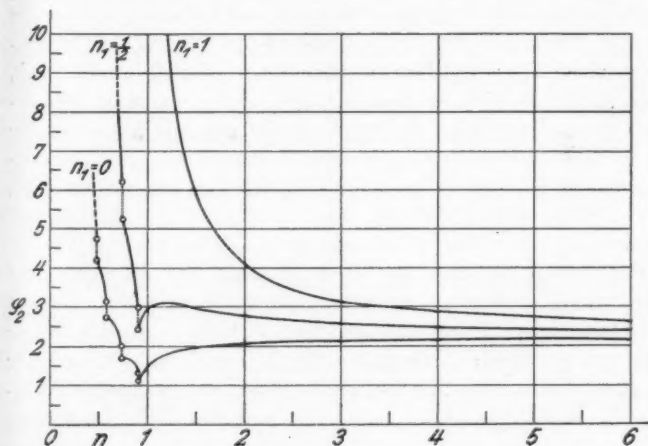
Schwingung berechnet sind (vgl. § 3b). Wenn n gegen ∞ wächst, gehen die Kurven asymptotisch in die beiden Geraden $f_1 = 1,466 n$ bzw. $f_2 = 2,199 n$ über. Der Verlauf der Funktion $\varphi_2(n)$ wird von den drei Kurven der Fig. 2 gezeigt für die Werte 0, $1/2$ und 1 des Parameters n_1 . (Fig. 2). Weil bei großem n

$$\varphi_2 \approx \frac{2,199}{1 - \frac{n_1}{n}},$$

so gehen sie alle drei gegen den Wert $\varphi_2 = 2,199$.¹⁾

¹⁾ Vgl. auch Tab. 3 in § 3b S. 926.

Es ist ersichtlich, daß bei Abwesenheit der Luftdämpfung oder bei schwacher der Faktor φ seinen kleinsten Wert für n etwas unterhalb 1 erhält; bei weiterer Verringerung von n wächst φ sehr schnell über alle Grenzen. Es ist somit notwendig, die elektromagnetische Dämpfung bis an die Nähe der kritischen bringen zu können, wenn man die höchste Empfindlichkeit, die mit dem gegebenen Widerstand und der gegebenen Einstellzeit vereinbar ist, erreichen will. Andererseits



Abhängigkeit des mittleren Fehlerquadrats einer Strommessung ($\sim \varphi_2$) von der Dämpfung bei konstanter Einstellzeit

Fig. 2

ändert sich φ ziemlich unbedeutend, wenn n von 1 bis ∞ geht: so ist z. B. für $n_1 = 0$, $n = n_2 = 1$ (aperiodischer Grenzfall mit ausschließlich elektromagnetischer Dämpfung) $\varphi_1 = 1,057$ und $\varphi_2 = 1,470$, während für $n \rightarrow \infty$ $\varphi_1 = 1,446$ und $\varphi_2 = 2,199$. Die letzteren Werte sind nach Wurzelausziehung nur etwa 20 Proz. größer als die ersteren, und man kommt somit bei schwacher Luftdämpfung zu dem ein wenig unerwarteten Resultate, daß bei gegebener Einstellzeit ein Galvanometer mit beliebig hoher elektromagnetischer Dämpfung ungefähr dieselbe Grenzempfindlichkeit besitzt wie ein Galvanometer mit kritischer Dämpfung. Auch die Größe der Luftdämpfung ist für die Größe von φ unwesentlich, wenn nur $n \gg n_1$ gemacht werden kann. —

Bei großem n_1 würde dies aber unerreichbare oder wenigstens unbequem hohe magnetische Feldstärken bedeuten; praktisch soll deswegen n_1 den Wert 1 nicht viel überschreiten und am besten ein echter Bruch sein.

§ 4. Berechnung der Luftdämpfung

Bei der Dimensionierung eines Galvanometersystems braucht man wenigstens angenähert das von der Luft herrührende Friktionsmoment berechnen zu können. Besonders, wenn die Länge eines von der Spule ausgehenden *Zeigers* (bei mikroskopischer Ablesung des Ausschlages) bestimmt werden soll, ist es von größter Wichtigkeit, die Luftreibung zu berücksichtigen. Man kann dabei die Rechnung mit hinreichender Genauigkeit durchführen unter der Annahme, daß jedes Längenelement des Zeigers von einer Reibungskraft angegriffen wird, die gleich dem Produkte aus Länge und Geschwindigkeit (senkrecht zur Längenrichtung) des Elementes mal einem Koeffizient μ , welcher die Reibungskraft pro Längeneinheit des Zeigers angibt, wenn dieser einer Quertranslation von der Geschwindigkeit 1 unterworfen wird. Wenn z. B. der Zeiger aus einem zylindrischen Stabe der Länge l besteht, welcher senkrecht von einer Drehungsachse mit der Winkelgeschwindigkeit ω ausgeht, dann berechnet sich das Reibungsmoment

$$(8) \quad Q = \omega \int_0^l \mu x^2 dx = \omega \mu \frac{l^3}{3}.$$

Auch die Luftreibung gegen eine Spule mit kleinem Querschnitt der Windung kann nach derselben Methode angenähert berechnet werden.

Es bleibt noch übrig, einen praktisch verwendbaren Ausdruck für die Reibungskonstante μ bei verschiedener Dicke des Zylinders zu finden. Für einen Kreiszylinder, welcher sich in einem unendlich ausgedehnten Flüssigkeitsraum befinden, haben G. C. Stokes¹⁾ und H. Lamb²⁾ theoretische Formeln hergeleitet. Diese stimmen aber ziemlich schlecht (am besten die Formel von Stokes) mit einigen früheren Beobachtungen des

1) G. C. Stokes, Trans. Cambr. Phil. Soc. 9. 1851.

2) H. Lamb, Phil. Mag. 21. S. 112. 1911.

Verfassers an drahtförmigen Elektrometersystemen, wo die Werte von μ bei drei verschiedenen Durchmesser d bestimmt wurde¹⁾:

Tabelle 2

$d \text{ cm}$	$1,50 \cdot 10^{-3}$	$1,85 \cdot 10^{-2}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$
$\mu \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}}$	$4,33 \cdot 10^{-4}$	$6,28 \cdot 10^{-4}$	$9,10 \cdot 10^{-4}$

Besonders ergeben die theoretischen Formeln eine Abhängigkeit des Reibungswiderstandes von der Schwingungszeit bzw. der Geschwindigkeit, welche bei diesen Versuchen nicht zutage trat. — Wahrscheinlich übt die immer vorhandene äußere Begrenzungsfläche des Flüssigkeitsraumes einen Einfluß, welcher von der Theorie berücksichtigt werden muß. Man kann die Vermutung hegen, daß diese Fläche den Widerstand vergrößert und denselben in erster Annäherung von der Geschwindigkeit unabhängig macht.

Andererseits ergibt eine von A. Oberbeck²⁾ für Ellipsoiden hergeleitete Formel einen von der Geschwindigkeit unabhängigen Wert des Widerstandes. Für eine langgestreckte Rotationsellipsoide mit den Halbachsen a und c ($c \gg a$), welche eine auf c senkrechte Translationsgeschwindigkeit u besitzt, liefert die Formel von Oberbeck folgenden angenäherten Ausdruck für den Widerstand F :

$$F = \frac{8\pi \eta c}{\ln \frac{2c}{a}} u,$$

wo η der Koeffizient der inneren Reibung bedeutet. Nach Division mit $2c$ erhält man für den durchschnittlichen Widerstand pro Längeneinheit der Ellipsoide:

$$\bar{\mu} = \frac{4\pi \eta}{\ln \frac{2c}{a}}.$$

1) Die Geschwindigkeit war dabei von der Größenordnung einiger Tausendstel Zentimeter pro Sekunde. — Diese wenigen Versuche sind allerdings für eine genaue Prüfung der theoretischen Formeln ganz unzureichend.

2) A. Oberbeck, Crelles Journ. 81. S. 62. 1876.

Dieser Ausdruck führt unmittelbar dazu, für Drähte versuchsweise zu setzen

$$(9) \quad \mu = \frac{C_1}{\log \frac{C_2}{d}},$$

wo C_1 und C_2 Konstanten sind. Aus den erwähnten Versuchen berechnen sich die Konstanten $C_1 = 1,51 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}}$, $C_2 = 4,71 \text{ cm}$, wobei d in Zentimeter, μ in $\frac{\text{dyn}}{\text{cm} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{sec}}} = \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}}$

gemessen und Briggsche Logarithmen angewandt werden. Das zugrundegelegte Beobachtungsmaterial ist zwar sehr gering, aber andererseits beziehen sich die drei angeführten μ -Werte auf sehr verschiedene Drahtstärken und fallen alle genau auf die durch (9) dargestellte Kurve. Wenn die Schwingungszeit des Drahtes und dessen Abstand von den Gefäßwänden nicht allzuweit von den bei diesen Versuchen geltenden Verhältnissen abweichen, dürfte man deshalb berechtigt sein, die bequeme halbempirische Formel (9) anzuwenden. — Da μ sehr langsam mit d variiert, ist es weiter wahrscheinlich, daß (9) auch zu einer Abschätzung des Luftwiderstandes gegen Spulen dienen kann, deren Querschnitt etwas von der Kreisform abweicht; man setzt dann für d einen Wert ein, der etwas kleiner als der größte Durchmesser des Querschnitts ist.

§ 5. Die Empfindlichkeit des Galvanometers als Fluxmeter

Zuletzt mag eine Überslagsrechnung gemacht werden über die Empfindlichkeit des überaperiodisch gedämpften Galvanometers, wenn dasselbe als Fluxmeter zur Messung von Änderungen des magnetischen Induktionsflusses durch eine Prüfspule verwendet wird. Die Theorie dieser Meßmethode ist in den Hauptzügen die folgende: Wenn die Dämpfung sehr hoch ist ($n \gg 1$), können das erste und dritte Glied der Differentialgleichung (16) § 6 gegen das zweite Glied vernachlässigt werden¹⁾; und wenn auch die elektromagnetische Dämpfung

1) Das dritte doch nur für Zeiten, die nicht allzu lang sind.

die Luftdämpfung wesentlich übertrifft ($n_2 \gg n_1$), dann entartet die Gleichung in die folgende:

$$\frac{B^2}{R} \frac{dx}{dt} = \frac{Bv}{R}$$

oder

$$(10) \quad B \frac{dx}{dt} = v.$$

Wenn die äußere elektromotorische Kraft v durch die Variation des magnetischen Induktionsflusses Φ' in einer eingeschalteten Prüfspule hervorgebracht wird, dann hat man

$$B \frac{dx}{dt} = - \frac{d\Phi'}{dt},$$

$$\therefore \frac{d\Phi}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = - \frac{d\Phi'}{dt}$$

oder

$$(11) \quad \frac{d}{dt}(\Phi + \Phi') = 0.$$

Das Galvanometersystem stellt sich also in jedem Augenblick so ein, daß der gesamte Induktionsfluß konstant bleibt.

Es ist jetzt von Interesse, einen angenäherten Ausdruck für die Grenzepfindlichkeit des Fluxmeters herzuleiten: Man hat die drei Gleichungen

$$d\Phi' = -B dx,$$

$$\frac{B^2}{2KR} = n_2 \omega_0,$$

$$\frac{A}{K} = \omega_0^2.$$

Wenn K zwischen den beiden letzten eliminiert wird, erhält man

$$B = \sqrt{\frac{2n_2 AR}{\omega_0}}.$$

Führt man diesen Wert von B in die erste Gleichung ein und gleichzeitig $dx = \bar{x} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{A}}$ setzt, so wird erhalten

$$(12) \quad \bar{d}\Phi' = 2 \sqrt{\frac{n_2 R \varepsilon}{\omega_0}}$$

als der absolute Betrag derjenigen magnetischen Flußänderung, die einem Ausschlage $= \bar{x}$ entspricht. Dies ist auch ein un-

gefährer¹⁾ Wert der mittleren Unsicherheit bei Messung von Flußänderungen.

Als ein numerisches Beispiel führen wir die Werte $n_s = 8$, $R = 20 \cdot 10^9$ e.m.E., $\omega_0 = 2$, $\varepsilon = 2 \cdot 10^{-14}$ ein und erhalten dann $\overline{d\Phi} = 0,08$ Maxwell. — Es verdient bemerkt zu werden, daß ein empfindliches Galvanometer mit einer zugekoppelten Prüfspule theoretisch erlaubt, Lageänderungen fast infinitesimaler Kleinheit zu messen: Wenn z.B. eine Spule von 1000 Windungen mit 5 cm Durchmesser zur Hälfte in ein magnetisches Feld von 4000 Gauss eingetaucht ist, dann erhält man eine Flußänderung von 0,08 Maxwell für eine Verschiebung der Spule um $4 \cdot 10^{-9}$ cm! Auf die experimentellen Mittel zur praktischen Durchführung dieses Meßprinzips soll hier nicht näher eingegangen werden. Es mag nur noch erwähnt werden, daß man nach dieser Induktionsmethode nicht nur *schnelle* Verschiebungen, sondern auch eine solche, die während längerer Zeit vollbracht ist, zu messen imstande sein wird. Im letzteren Falle verwendet man ein Magnet *variabler* Stärke und beobachtet die hervorgebrachte Änderung des *Induktionskoeffizienten* zwischen der Prüfspule und dem Magnet.

B. Spezieller Teil

§ 6 (2b). Die Schwingungsgleichung

Wir betrachten etwas näher die Differentialgleichung für die Bewegung des Galvanometersystems. Wenn die Konfiguration des Systems durch eine einzige Koordinate x bestimmt ist²⁾, gilt bei geschlossenem Stromkreis die Differentialgleichung

$$(13) \quad K \ddot{x} + p_1 \dot{x} + A x = B i,$$

1) Nur ein ungefährer. Wegen der starken Dämpfung existiert nämlich eine Korrelation noch zwischen zwei Ausschlägen x_0 und x_1 , welche mit ziemlich großer Zeitdifferenz (t) observiert werden. Dies macht, daß eine *schnelle* Änderung des Ausschlages infolge einer Flußänderung $d\Phi$ prinzipiell beobachtbar ist mit einem mittleren Fehler $< x$. — Ich werde in anderem Zusammenhang darauf zurückkommen.

2) Wenn bei der Bewegung einer Saite die Oberschwingungen fehlen, ist die Konfiguration angenähert bestimmt durch die Elongation eines gewählten Punktes der Saite, z. B. des Mittelpunktes. Auch das Saitengalvanometer läßt sich somit angenähert als System mit einem einzigen Freiheitsgrade nach (13) behandeln.

wo K das Trägheitsmoment (in genereller Bedeutung) und p_1 eine den Luftwiderstand charakterisierende Reibungskonstante ist. Für den Deviationsfaktor B hat man den oben angegebenen Ausdruck (2) $B = \frac{d\Phi}{dx}$.

Wenn eine äußere¹⁾ elektromotorische Kraft v in dem Kreis vorhanden ist, so gilt mit Vernachlässigung der Einwirkung der Selbstinduktion

$$(14) \quad i = \frac{1}{R} \left(v - \frac{d\Phi}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \right),$$

wo R der Gesamtwiderstand des Kreises ist. Führt man (14) in (13) ein, so wird erhalten

$$(15) \quad K \ddot{x} + p \dot{x} + A x = B \frac{v}{R} = B i',$$

wo $p = p_1 + p_2 = p_1 + \frac{B^2}{R}$ die totale Reibungskonstante, Summe der mechanischen (p_1) und der elektromagnetischen ($p_2 = \frac{B^2}{R}$) ist und $i' = \frac{v}{R}$ ein fiktiver elektrischer Strom bezeichnet, der mit dem wirklichen Strom i zusammenfällt, wenn $\dot{x} = 0$ d. h. bei stillstehendem System.²⁾ Der Gleichgewichtsausschlag x_0 wird aus (15) für $\ddot{x} = \dot{x} = 0$ erhalten:

$$(1) \quad x_0 = \frac{B}{A} i'.$$

Wenn T die Schwingungszeit (ganze Periode) bei der gedämpften Bewegung, T_0 die Schwingungszeit ohne Dämpfung ($p = 0$) bezeichnen und man setzt $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{A}{K}}$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $\alpha = \frac{p}{2K}$ = die Dämpfungskonstante, so läßt sich die Gleichung (15) schreiben

$$(16) \quad \ddot{x} + 2\alpha \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{B}{K} i'.$$

1) D. h. von der Bewegung des Galvanometersystems unabhängige.

2) In der Abhandlung von H. Busch, das Kriechgalvanometer, Ztschr. f. techn. Phys. 7. S. 361 (1926), welche sonst in verdienstvoller Weise die Bedeutung der Trägheit und der Direktionskraft in der Theorie des Fluxmeters darstellt, sind i und i' nicht auseinander gehalten.

Man hat bekanntlich

$$(17) \quad \alpha^2 + \omega^2 = \omega_0^2.$$

Bei der Grenze der Aperiodizität („kritischer“ Dämpfung) ist $\alpha = \omega_0$. Die Dämpfungskonstante α kann ebenso wie p in zwei Terme α_1 und α_2 aufgeteilt werden, welche die Luftdämpfung bzw. die elektromagnetische Dämpfung bedeuten. Wir erdrücken diese als Multipln der kritischen Dämpfung (ω_0) aus und setzen

$$(18) \quad \begin{cases} \alpha = n \omega_0, \\ \alpha_1 = \frac{p_1}{2K} = n_1 \omega_0, \\ \alpha_2 = \frac{B^2}{2KR} = n_2 \omega_0, \end{cases}$$

wo $n = n_1 + n_2$. Wenn die letzte Gleichung (18) mit $2K$ multipliziert wird, so erhält man

$$p_2 = \frac{B^2}{R} = 2K \cdot n_2 \omega_0 = \frac{2A}{\omega_0^2} \cdot n_2 \omega_0 = n_2 \frac{A T_0}{\pi},$$

was die Gleichung (3) ist.

§ 7 (3b). Berechnung von $\frac{\tau}{T_0}$

Wenn man in die Gleichung (16) $\dot{v} = 0$, $\alpha = n \omega_0$ einsetzt und annimmt, daß zur Zeit $t = 0$ das System in einem Anfangsausschlage $x = x_0$ ruht, dann erhält man für $n < 1$, $n = 1$, $n > 1$ beziehungsweise die folgenden Integrale:

$$(19) \quad \begin{cases} \frac{x}{x_0} = e^{-n \omega_0 t} \left[\cos \sqrt{1 - n^2} \omega_0 t + \frac{n}{\sqrt{1 - n^2}} \sin \sqrt{1 - n^2} \omega_0 t \right], \\ \frac{x}{x_0} = e^{-\omega_0 t} [1 + \omega_0 t], \\ \frac{x}{x_0} = \frac{1}{2} e^{-n \omega_0 t} \left[\left(1 + \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \right) e^{\sqrt{n^2 - 1} \omega_0 t} - \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} - 1 \right) e^{-\sqrt{n^2 - 1} \omega_0 t} \right]. \end{cases}$$

Den Verlauf der Funktionen $\frac{\tau_1}{T_0} = f_1(n)$ und $\frac{\tau_2}{T_0} = f_2(n)$ findet man dadurch, daß man für eine Anzahl n -Werte die linke Seite der Gleichungen (19) gleich $1/100$ bzw. $1/1000$ setzt und,

nach Einführung von $\omega_0 t = \frac{2\pi t}{T_0}$, die Gleichungen in bezug auf t/T_0 auflöst. Das Resultat dieser Berechnung ist bei P. Curie¹⁾ für eine Anzahl n -Werte ≥ 1 und für einige wenige n -Werte < 1 angegeben. Verfasser hat die Tabelle von Curie komplettiert besonders durch die Berechnung einiger der für $n < 1$ auftretenden Diskontinuitäten, welche von Curie nicht erwähnt sind. Diese Diskontinuitäten entstehen in folgender Weise:

Denkt man sich die erste Gleichung (19) bei einem gewissen n -Wert geometrisch dargestellt mit t als Abszisse und x als Ordinate, so erhält man die bekannte Kurve einer gedämpften Sinusschwingung. Parallel der Abszissenachse werden die beiden Geraden $x = \pm \frac{x_0}{100}$ gezogen. Derjenige Schnittpunkt mit irgendeiner dieser Geraden, wo die Schwingungskurve definitiv in das Gebiet zwischen den Geraden eintaucht, gibt den Wert von τ_1 . Bei einem gewissen n -Wert tangiert die Kurve in ihrem ersten Wendepunkt (Minimum) die Gerade $x = -\frac{x_0}{100}$. Eine beliebig kleine Erhöhung des Wertes von n macht, daß der erste Wendepunkt der Kurve oberhalb dieser Geraden fällt und der Wert von τ_1 durch den bedeutend früheren Schnittpunkt zwischen der Gerade $x = +\frac{x_0}{100}$ und dem ersten herabsteigenden Teil der Schwingungskurve gegeben wird; man hat mit anderen Werten eine Diskontinuität $f_1(n)$. Diese erste Diskontinuität ist in der Fig. 1 mit I bezeichnet. Die zweite II tritt bei einem etwas niedrigeren n -Wert auf, welcher derartig ist, daß der zweite Wendepunkt (Maximum) die Gerade $x = +\frac{x_0}{100}$ tangiert usw. Die Diskontinuitäten $f_2(n)$ sind in derselben Weise numeriert. Weil die Wendepunkte der Schwingungskurve auf den beiden Exponentialkurven

$$x = \pm x_0 \cdot e^{-n\omega_0 t}$$

liegen, fällt der höchste der beiden τ -Werte in jeder Diskontinuität auf die kontinuierliche Kurve $f^*(n)$ (in der Fig. 1 gestrichelt), welche für verschiedene n angibt, wann der Expo-

1) Equations réduites pour le calcul des mouvements amortis, Oeuvres p. 190, Tab. VII.

nentialfaktor $e^{-n\omega_0 t}$ auf $1/_{100}$ bzw. $1/_{1000}$ gesunken ist. Die exakte, vollgezogene Kurve umschlingt diese.

Die untenstehende Tab. 3 gibt in den Kolonnen 2—5 eine Zusammenstellung der Werte von f und f^* ; die in der Tabelle von Curie¹⁾ vorkommenden n -Werte sind durch ein C und diejenigen n -Werte, welche Diskontinuitäten von f_1 oder f_2 entsprechen, durch fetten Druck bezeichnet. Die rechte Hälfte der Tabelle (Kolonnen 6—9) enthält die durch Division mit

Tabelle 3

n		f_1	f_2	f_1^*	f_2^*	$n_1 = 0$		$n_1 = 0,5$	$n_1 = 1$
						φ_1	φ_2	φ_3	φ_4
0,1	C	—	—	7,329	10,99	73,29 ²⁾	109,9 ²⁾	—	—
0,25	C	—	—	2,93	4,40	11,73 ²⁾	17,59 ²⁾	—	—
0,4392		1,669 1,395 ^{III}	—	1,669	—	3,800 3,176 ^{II}	—	—	—
0,4817		—	2,281 ^{IV} 2,013	—	2,281	—	4,736 ^{IV} 4,180	—	—
0,5	C	1,398	2,022	1,466	2,199	2,796	4,044	∞	—
0,5914		1,240 0,992 ^{II}	1,860 1,612 ^{III}	1,240	1,860	2,097 1,677 ^{II}	3,146 2,727 ^{III}	20,36 17,65	—
$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$	C	1,053	1,633	1,037	1,555	1,489	2,309	7,87	—
0,7396		—	1,486 ^{II} 1,255	—	1,486	—	2,010 0,698 ^{II}	6,204 5,242	—
0,8260		0,887 ^I 0,667	—	0,887	—	1,074 ^I 0,808	—	—	—
0,85		0,707	1,396	0,862	1,293	0,832	1,642	3,990	—
0,9		0,817	1,331	0,814	1,221	0,908	1,479	3,330	—
0,9102		—	1,208 ^I 0,997	—	1,208	—	1,328 ^I 1,096	2,949 2,432	—
0,94		0,911	1,156	0,780	1,170	0,969	1,229	2,627	—
$\frac{\sqrt{15}}{4} = 0,968$	C	0,985	1,317	0,757	1,135	1,018	1,360	2,812	—
1	C	1,057	1,470	0,733	1,099	1,057	1,470	2,940	∞
1,15		1,371	2,002	—	—	1,192	1,741	3,080	13,35
1,5	C	1,984	2,944	—	—	1,323	1,963	2,944	5,88
2	"	2,780	4,150	—	—	1,390	2,075	2,766	4,150
3	"	4,30	6,43	—	—	1,433	2,143	2,571	3,21
4	"	5,79	8,67	—	—	1,448	2,168	2,479	2,89
6	"	8,75	13,12	—	—	1,458	2,187	2,386	2,62
10	"	14,62	21,91	—	—	1,462	2,191	2,307	2,49
$n \rightarrow \infty$		1,466 ⁿ	2,199 ⁿ	—	—	1,466	2,199	2,199	2,199

1) Ein paar dort für $n = 0,5$ und $n = 1$ vorkommende kleine Fehler sind korrigiert worden.

2) Aus f^* .

$n-n_1$ erhaltenen q -Werte. — Die Berechnungen sind mit Hilfe graphischer Interpolation und zum Teil auch eines Rechenschiebers ausgeführt worden, wodurch eine Unsicherheit von einer Einheit der letzten Dezimale irgendwo eingeschlichen sein kann. In Fig. 1 und 2 sind die Diskontinuitätspunkte durch kleine Kreise bezeichnet.

Die beiden letzten Zeilen der Tabelle zeigen, daß schon bei $n = 10$ $f_1(n)$ und $f_2(n)$ innerhalb weniger Promille durch die linearen Ausdrücke $1,466 n$ bzw. $2,199 n$ dargestellt werden. Diese Ausdrücke werden folgendermaßen hergeleitet: bei großem n geht die dritte Gleichung (19) angenähert in

$$\frac{x}{x_0} \approx e^{-\omega_0 t (n - \sqrt{n^2 - 1})} \approx e^{-\frac{\pi t}{n T_0}}$$

über, woraus

$$(20) \quad \begin{cases} \frac{\tau_1}{T_0} = f_1(n) \approx \frac{n}{\pi} \ln 100 = 1,466 n, \\ \frac{\tau_2}{T_0} = f_2(n) \approx \frac{n}{\pi} \ln 1000 = 2,199 n. \end{cases}$$

Man kann auch von derjenigen Differentialgleichung ausgehen, in welche (15) entartet, wenn die Dämpfung so groß wird, daß der Trägheitsterm vernachlässigt werden kann:

$$p \dot{x} + A x = 0$$

gibt

$$x = x_0 e^{-\frac{A}{p} t},$$

woraus

$$\frac{1}{100} = e^{-\frac{A}{p} \tau_1},$$

oder

$$\tau_1 = \frac{p}{A} \ln 100.$$

Führt man hier $p = n \frac{A T_0}{\pi}$ ein, was eine nachherige Berücksichtigung des Trägheitsmomentes bedeutet, so erhält man $\tau_1 = T_0 \frac{n}{\pi} \ln 100$, d. h. die erste Gleichung (20).

Zusammenfassung

Die natürliche Grenzempfindlichkeit eines Galvanometers, bestimmt durch die mittleren scheinbaren Strom- und Spannungsschwankungen, welche der Brownschen Bewegung des Galvanometersystems entsprechen, wird für beliebige Dämpfung hergeleitet. Um die Konsequenzen der Formeln klarer hervortreten zu lassen, wird an Stelle der (ungedämpften) Schwingungsperiode die *Einstellzeit* eingeführt. Dabei ergibt sich u. a., daß bei gegebener *Einstellzeit* und schwacher Luftdämpfung die theoretische Grenzempfindlichkeit fast unbeeinflusst von der Größe der elektromagnetischen Dämpfung bleibt, wenn diese von dem kritischen Wert (bei gerade aperiodischer Einstellung) bis unendlich wächst. — Ein angenäherter Ausdruck für die Grenzempfindlichkeit des Galvanometers als *Fluxmeter* wird angegeben, nebst Hinweis auf eine einfache Methode zur Messung sehr kleiner Lageänderungen.

Stockholm, Physikal. Inst. d. Universität, Dezember 1930.

(Eingegangen 4. Januar 1931)

seine
soge
und
erst
wor
Mes
einer
P. D
„Dis

Met
sind
notw
gleich
gege

pun
beha
die
Ele

Über eine Anwendung der Barettermethode auf elektrolytische Messungen

Von Otto Neese¹⁾

(Mit 10 Figuren)

1. Einleitung

Seit einer Reihe von Jahren wird von M. Wien und seinen Schülern für fast alle Hochfrequenzmessungen die sogenannte Barettermethode verwendet. Die Methode selbst und die Vorteile, die sie den üblichen gegenüber bietet, sind erst kürzlich von M. Wien²⁾ zusammenfassend beschrieben worden. Es lag nahe, diese Methode auf die gleichzeitige Messung von Dielektrizitätskonstante (DK) und Leitfähigkeit eines Leiters bei Hochfrequenz anzuwenden und so den von P. Debye und H. Falkenhagen³⁾ für Elektrolyte errechneten „Dispersionseffekt der Leitfähigkeit“ messend zu verfolgen.

Diese Arbeit dient vor allem zur Ausarbeitung der Methode und Untersuchung der Fehlerquellen. Messungen sind nur insofern gemacht worden, als sie zur Erläuterung notwendig waren. Diese Messungen bestanden in einem Vergleich der Leitfähigkeit und der DK höherwertiger Elektrolyte gegen 1 · 1 wertige bei Hoch- und Niederfrequenz.

Im folgenden sollen zunächst einige allgemeine Gesichtspunkte für hochfrequente Messungen mit der Barettermethode behandelt werden, alsdann das Prinzip der Messung und die Apparatur, schließlich als Beispiel einige Messungen an Elektrolyten.

1) Auszug aus der Jenaer Diss. 1930.

2) M. Wien, Phys. Ztschr. 31. S. 793. 1930.

3) P. Debye u. H. Falkenhagen, Phys. Ztschr. 29. S. 121 und 401. 1928.

2. Hochfrequenzmessungen mit Löschfunken und Barettermethode

Weitaus die meisten Hochfrequenzanordnungen werden heute mit Röhrensendern als Oszillatoren betrieben. Trotz ihrer großen Vorzüge kann ihre Verwendung jedoch zu Schwierigkeiten führen, wenn es darauf ankommt, Wärmewirkungen möglichst zu vermeiden. Hier ist, wie bereits bei M. Wien¹⁾ seit Jahren geschehen, der Schwingungserzeugung durch Funken der Vorzug zu geben, da durch die kurze Dauer der Stromstöße nur geringe Erwärmungen entstehen können. Die Messung geschieht dann so, daß durch Öffnen des Primärstromkreises eines Induktors ein Funken an der Funkenstrecke übergeht und die durch die Vorgänge im Elektrolyten bestimmten Erscheinungen mittels Baretterbrücke und Galvanometer beobachtet werden.

Bei den älteren Arbeiten waren Spannungseffekte zu untersuchen; es kam dabei auf möglichst hohe Feldstärken am Elektrolyten an, das Dekrement der Schwingung mußte sehr hoch sein und infolge des annähernd aperiodischen Abfalls der Stromkurve konnte man wohl von einer Dauer, aber nicht mehr von einer eigentlichen Frequenz sprechen. Da es bei Untersuchung eines Dispersionseffektes jedoch auf eine wohldefinierte Schwingungszahl ankommt, mußte eine Anordnung verwandt werden, die kurze Schwingungszüge von hoher Frequenz- und Amplitudenkonstanz und geringer Dämpfung zu erzeugen gestattet.

Diese Bedingung erfüllte eine Löschfunkenanordnung in bekannter Ausführung²⁾; gegenüber dem Röhrensender stellte sich ein Vorteil heraus, der für Dekrementmessungen (vgl. Prinz. der Messung) von großer Wichtigkeit ist. Berichten doch alle Autoren, die den Röhrensender, insbesondere bei kürzeren Wellenlängen, verwandt haben, über die Schwierigkeiten, Frequenz und besonders Amplitude konstant zu halten. Während die meisten von ihnen in der Weise vorgehen, daß sie nach stundenlangem Schwingen des Senders unter ständiger

1) J. Malsch u. M. Wien, *Ann. d. Phys.* 83. S. 305. 1927; M. Wien, *Ann. d. Phys.* 83. S. 327. 1927.

2) M. Wien, *Jahrb. d. drahtl. Telegraphie* 1. S. 469. 1908; 4. S. 135. 1911; *Ann. d. Phys.* 25. S. 625. 1908; *Phys. Ztschr.* 11. S. 311. 1910.

Kontrolle auf Konstanz ihre Messungen ausführen, kann man bei der Löschfunkenanordnung grundsätzlich auf konstante Energie rechnen. Diese Konstanz der Energie ist insbesondere bei länger dauernden Meßreihen außerordentlich vorteilhaft.

Der Nachteil des Löschfunkenbetriebes einer derartigen Meßanordnung besteht in der relativ schwierigen Einstellung des günstigsten Kopplungsgrades zwischen Stoß- und Sekundärkreis. Es gehört eine gewisse Erfahrung dazu, diese Einstellung zu finden. Von ihr hängt das exakte Abreißen des Funkens im Primärsystem ab und damit auch die Konstanz der einzelnen Galvanometerausschläge. Voraussetzung ist, daß man durch intensive Ultraviolettbestrahlung der Funkenstrecke eine genügende Ionisierung des Luftzwischenraumes erzielt. Trotzdem fallen die einzelnen Ausschläge nicht völlig gleich aus, man muß daher für jeden aufzunehmenden Punkt mehrere — hier fünf — Beobachtungen machen.

Ein weiterer Nachteil der Stoßerregung, der mit der schwierigen Einstellung zusammenhängt, ist der etwas umständliche Übergang zu anderen Frequenzen. Während hier beim Röhrensender meistens nur eine variable Kapazität verstellt wird, muß man bei Stoßerregung darüber hinaus wieder die Kopplung zwischen Stoß- und Sekundärkreis genau einregulieren.

Immer dann jedoch, wenn man mit Rücksicht auf Erwärmung eines Leiters mit nur kurzen Schwingungszügen zu arbeiten gezwungen ist, also fast stets bei elektrolytischen Untersuchungen, bei denen mit größeren Energien gearbeitet werden soll, wird man die Stoßerregung vorziehen. Denn hier sind von Natur die Schwingungszüge kurz, also auch die Energie des einzelnen Funkens gering; bei vorliegender Arbeit betrug die Zeit bis zum Abklingen auf den ersten Teil etwa $7 \cdot 10^{-6}$ sec.

Die außerordentliche Eignung der Baretterbrücke¹⁾ für Messungen mit Wechselströmen hoher Schwingungszahl beruht darauf, daß sie aus den Ausschlagsmethoden der Hochfrequenzmeßtechnik mit ihren Mängeln eine Nullmethode mit ihren Vorzügen macht. Vor der gewöhnlichen Wechselstrombrücke²⁾,

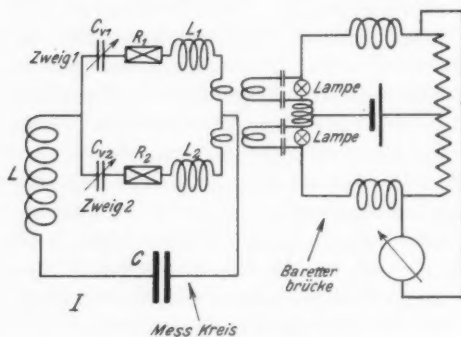
1) M. Wien, Phys. Ztschr. 31. S. 793. 1930; J. Malsch und M. Wien, Ann. d. Phys. 83. S. 305. 1927.

2) Hierzu rechnet auch die sogenannte „Differentialmethode“, vgl. H. Dobretsberger, Ztschr. f. Phys. 65. S. 334. 1930.

die ja auch eine Nullmethode ist, hat sie den Vorteil, daß ihre Empfindlichkeit in der Nähe des Nullpunktes nicht quadratisch, sondern linear abnimmt.

Ist dort der Ausschlag α des Meßinstrumentes proportional J^2 , so ist er hier $\alpha = c \cdot (J_1^2 - J_2^2) = c(J_1 + J_2)(J_1 - J_2)$, wenn J_1 und J_2 die Stromamplitude in den beiden Parallelzweigen sind.

Man mißt also bei der Nullstellung der Baretterbrücke nicht das Minimum eines Stromeffektes, sondern die Gleich-



Meßkreis und Baretterbrücke

Fig. 1

heit zweier starker Ströme. Man sieht aus der Formel, daß der Ausschlag α gegen Null geht, je mehr J_1 und J_2 einander gleich werden. Ist $J_1 = J_2$, so wird $\alpha = 0$. Wird jetzt wieder $J_1 \neq J_2$, dann nimmt auch wieder α linear zu, wobei die Richtung des Ausschlages dadurch bestimmt wird, ob J_1 oder J_2 zugenommen hat, ganz analog wie bei der Wheatstoneschen Brücke für Gleichstrom. Die Arbeitsweise der Brücke ergibt sich aus Fig. 1. Der „Meßkreis“ teilt sich in zwei Zweige 1 und 2, die die zu vergleichenden Wechselstromgrößen enthalten. Gekoppelt sind die Zweige mit je einem Baretterlämpchen.

Gleiche Stromeffekte in den Zweigen bewirken gleiche Erwärmung der Lämpchen (bei Symmetrie der Anordnung und gleichen Kopplungskoeffizienten), mithin Stillstand des Galvanometers.

Im folgenden sollen die Nullpunktsbedingungen der Baretterbrücke abgeleitet werden.

Führt man ein

k	= komplexe	Stromamplitude	im Schwingungskreis
k_1	= "	"	" Zweig 1
k_2	= "	"	" " 2
a	= komplexer	Widerstand	" Schwingungskreis
a_1	= "	"	" Zweig 1
a_2	= "	"	" " 2
E_0	= komplexe	Spannungsamplitude	im Schwingungskreis

so ergeben sich zwei Gleichungen:

$$E_0 = k \left(a + \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} \right)$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{a_2}{a_1}.$$

Durch Substitution erhält man die komplexen Stromamplituden in beiden Zweigen:

$$k_1 = \frac{E_0 a_2}{a_1 a_2 + a(a_1 + a_2)} \quad k_2 = \frac{E_0 \cdot a_1}{a_1 a_2 + a(a_1 + a_2)}.$$

Es werden eingesetzt für die komplexen Glieder:

$$a_1 = A_1 + B_1 \quad (B = j b)$$

$$a_2 = A_2 + B_2$$

$$a = A + B.$$

Es folgt

$$k_1^2 = \frac{A_1^2 + B_1^2}{N} \quad k_2^2 = \frac{A_2^2 + B_2^2}{N}$$

$$|k_1^2 - k_2^2| = \frac{A_1^2 - A_2^2 + B_1^2 - B_2^2}{N}.$$

Da der Ausschlag α proportional

$$|k_1^2 - k_2^2|$$

ist, so ist die Bedingung für $a = 0$ gegeben durch

$$A_1^2 + B_1^2 = A_2^2 + B_2^2.$$

Um z. B. den Fall $A_1 = A_2$ erkennen zu können, muß man vorher B_1 und B_2 , jedes für sich, gleich Null machen. Das geschieht durch Resonanzeinstellung in den Zweigen (vgl. Fig. 1). Man beginnt z. B. mit Kondensator C_{v1} und stellt ihn so ein, daß $B_1 = 0$. Dies erkennt man daran, daß der Ausschlag α ein Minimum passiert; genau auf diesen Umkehrpunkt wird C_{v1} eingestellt. Analog ist die Einstellung

von C_{v2} , nur daß für $B = 0$ der Ausschlag α einen Maximalwert durchläuft; wieder wird auf den Umkehrpunkt eingestellt. Wird jetzt A_1 geändert, so lange, bis $\alpha = 0$, dann ist $A_1 = A_2$.

Hierbei ist Voraussetzung, daß der Meßkreis (Fig. 1) derart dimensioniert ist, daß $\omega^2 LC = 1$; daß also jede Selbstinduktion sozusagen nur durch die „zugehörige“ Kapazität kompensiert wird (vgl. a. Einstellung der Apparatur S. 947).

Die Aufnahme von Resonanzkurven mit der Baretterbrücke

Zur Ausführung der elektrolytischen Messungen gehört, wie unten beschrieben, die Aufnahme von Resonanzkurven in einem der Zweige des Meßkreises (Fig. 1). Für den Zweig 1 z. B. geschieht dies in der Weise, daß man für eine beliebige Stellung von C_{v1} einen Funken an der Funkenstrecke übergehen läßt und den Galvanometeraus Schlag notiert. Man ver-

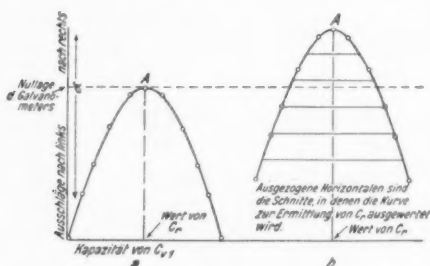


Fig. 2

ändert jetzt C_{v1} so, daß die Ausschläge kleiner werden, und bestimmt für eine Anzahl der durchlaufenen Kapazitätswerte die Ausschläge (Fig. 2a). Ist der Ausschlag ein Minimum geworden, d. h. beim Weiterverändern von C_{v1} in demselben Sinn wird er wieder größer, so ist man an der Resonanzstelle angekommen; durch Weiterverändern von C_{v1} nimmt man den anderen Ast der Kurve auf.

Hier tritt ein weiterer Vorteil der Barettermethode gegenüber den Ausschlagsmethoden zutage. Nimmt man mit den Ausschlagsmethoden Resonanzkurven von löschfunkenenerregten Kreisen auf, so zeigen sich gerade in der Nähe des Scheitels die größten Unsicherheiten; machen sich doch die unvermeidlichen Intensitätsschwankungen der einzelnen Funken gerade bei den Maximalausschlägen am meisten bemerkbar. Man muß also zur Ermittlung des Scheitelpunktes sehr starke Verstimmungen anwenden.

Die Barettermethode formt das Meßverfahren in der Weise um¹⁾, daß die Resonanzstelle die Stelle des *kleinsten* Ausschlages — bei ganz symmetrischer Anordnung des Ausschlages Null — wird. Die Maximalausschläge der Resonanzkurve bei den früheren Methoden sind bei der Baretteranordnung Minimalausschläge geworden. Daher sind sie auch nur mit geringen Fehlern behaftet, weil die Funkenschwankungen nur prozentual in die Ausschlagsweite eingehen; und es ist möglich, nach Aufnahme nur des oberen Teiles der Kurve genügend genaue Aussagen über den Ort des Scheitelpunktes bezüglich Höhe und seitlicher Lage zu machen. Die Scheitelhöhe ist leicht abzulesen; die Ermittlung der seitlichen Lage, des Resonanzkapazitätswertes C_r in Fig. 2, geschieht am besten durch Auswertung einer Anzahl horizontaler Schnitte durch die Kurventeile in der Nähe des Scheitelpunktes. Man wird in diesem Falle, durch eine sehr kleine Änderung in der Kopplung eines Meßzweiges an die Baretteranordnung, die Kurve in die Lage *b* der Fig. 2 übergehen lassen. Die Kurve liegt jetzt beiderseits um die Nulllinie des Ausschlages herum, die Genauigkeit ist gleichmäßig über die zur Messung nötigen Stellen der Kurve verteilt.

3. Prinzip der Messung

Ändert man, nach Aufnahme der Resonanzkurve, Kapazität oder Widerstand eines Schwingungskreises, oder beides gleichzeitig, so wird sich die neue Resonanzkurve gegen die alte irgendwie verschoben haben. Stellt man dann wieder Kapazität und Widerstand so ein, daß die neue Resonanzkurve mit der alten wieder zusammenfällt, so ist das ein Beweis dafür, daß sowohl Kapazität wie auch Widerstand eindeutig genau die gleiche Größe haben wie zuvor.

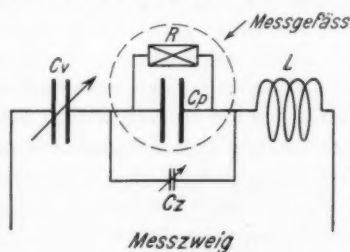


Fig. 3

1) M. Wien, Phys. Ztschr. 31. S. 793. 1930.

Hierauf beruht die Messung. Sie wurde in der Weise vorgenommen, daß sich in einem Zweige des Meßzweiges (Fig. 1), der in Fig. 3 noch einmal gesondert dargestellt ist, ein elektrolytisches Meßgefäß befand, daß in Fig. 3 in R und C_p aufgelöst und schematisiert ist.

In diesem Gefäß wurde nun der Widerstand und die DK, also R und C_p eines 1.1 wertigen Elektrolyten (HCl bzw. NaCl) mit R und C_p von höherwertigen Elektrolyten verglichen, und zwar stets bei derselben Frequenz, $\omega = 2\pi n = 4,35 \cdot 10^7$.

Hierbei kann man nach der Debye-Falkenhagen'schen Theorie annehmen, daß die Änderung der Leitfähigkeit und DK der 1.1 wertigen Elektrolyte für diese Schwingungszahl gegen Niederfrequenz, wie sie zur Messung mit der Kohlrauschbrücke verwandt wird, nur gering ist.

Die Niederfrequenzleitfähigkeit des Elektrolyten wurde nun so gewählt, daß $R = \frac{1}{\omega C_p}$ war (s. u.). In Zweig 2 wurde eine dem Meßgefäß in Zweig 1 gleichwertige Zusammenstellung von einem elektrolytischen Widerstand und einer parallel geschalteten Luftkapazität eingeschaltet. Zweig 2 wurde auf Resonanz eingestellt und dann die Resonanzkurve von 1 aufgenommen, darauf wurde der Ohmsche Widerstand des Elektrolyten bei Niederfrequenz gemessen. Das Gefäß wurde jetzt mit einem anderen Elektrolyten, beispielsweise einem 2.2 wertigen, $MgSO_4$, gefüllt, dessen Niederfrequenzleitfähigkeit ungefähr gleich der des vorigen Elektrolyten war. Bei völlig ungeänderten Verhältnissen wurde wieder eine Resonanzkurve aufgenommen und mit der ersten von HCl verglichen. Beide Kurven wichen in Ordinate und Abszisse voneinander ab; das Meßverfahren erfordert jedoch Kurven von möglichst gleicher Lage. Es mußten also R und C_p des Meßgefäßes geändert werden. Das erste war leicht, indem nur die Leitfähigkeit des Elektrolyten durch Änderung der Konzentration variiert wurde; die DK konnte nicht im Gefäß selbst geändert werden, man mußte die Gefäßkapazität durch Nachstellen eines kleinen Parallelkondensators C_s abgleichen. Die Wirkung jeder Veränderung wurde durch Aufnahme von neuen Resonanzkurven kontrolliert. Fielen schließlich die Resonanzkurven in Höhe und Abszisse aufeinander, so hieß das eben,

daß die Hochfrequenzleitfähigkeit der Elektrolyte sowie die Kapazität des Meßgefäßes + parallel geschaltetem Kondensator C_s in beiden Fällen gleich waren.

Ungleich war jetzt die Niederfrequenzleitfähigkeit beider Elektrolyte, sowie die Stellungen des Kondensators C_s . Nimmt man näherungsweise an, daß für $\omega = 4,35 \cdot 10^7$, die bei allen Messungen verwandte Frequenz, die Bezugs elektrolyte HCl bzw. NaCl ihre DK- und Leitfähigkeitswerte gegen Niederfrequenz nicht ändern, so gibt die Differenz der mit der Kohlrauschbrücke gewonnenen Widerstandswerte unmittelbar die Änderung der Leitfähigkeit des Elektrolyten II für die verwandte Frequenz; ebenso gibt die Differenz der C_s -Werte unmittelbar die DK-Änderung von Elektrolyt II (vgl. auch S. 952). Wie oben erwähnt, ergibt die Theorie auch eine kleine Änderung für HCl bzw. NaCl bei Hochfrequenz; diese Werte müssen bei den Resultaten berücksichtigt werden.

Unterzieht man das eben geschilderte Meßverfahren einer quantitativen Betrachtung, so erhält man zunächst für den komplexen Widerstand des Zweiges 1:

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} R_{\text{kompl.}} &= \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 (C_p + C_s)^2} \\ &+ j \left[\omega L - \left(\frac{\omega R^2 (C_p + C_s)}{1 + \omega^2 R^2 (C_p + C_s)^2} + \frac{1}{\omega C_s} \right) \right], \end{aligned} \right.$$

wobei

R = Widerstand des Meßgefäßes.

C_p = Kapazität des Meßgefäßes.

L = Selbstinduktion des Zweiges.

C_s = Abstimmkondensator.

ω = Kreisfrequenz.

C_s = Zusatzkondensator parallel zum Gefäß.

Durch diese Gleichung ist die Lage der Resonanzkurve bestimmt und es ist zu untersuchen, wie sie sich verschiebt, wenn man R und $(C_p + C_s)$ ändert. Es ergibt sich, daß besonders günstige Verhältnisse eintreten, wenn man $\omega R (C_p + C_s) = 1$ macht; es werde also die Leitfähigkeit einer Lösung so bemessen, daß für eine gegebene Frequenz ω und Gefäßkapazität C_p + der Zusatzkapazität C_s die Bedingung $R = \frac{1}{\omega (C_p + C_s)}$ erfüllt ist.

Es vereinfacht sich dann Gl. (1) in

$$(2) \quad R_{\text{kompl.}} = \frac{R}{2} + j \left[\omega L - \left(\frac{R}{2} + \frac{1}{\omega C_s} \right) \right].$$

Betrachtet man den Einfluß einer Widerstandsänderung um ΔR auf das reelle Glied und das entsprechende Glied des imaginären Teils von Gl. (2), so ergeben sich folgende Näherungsformeln:

$$\text{Reelles Glied:} \quad \frac{R}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta R}{R} \right).$$

$$\text{Imaginäres Glied:} \quad \frac{R}{2} \left(1 + \frac{\Delta R}{R} \right).$$

Betrachtet man in gleicher Weise den Einfluß einer Kapazitätsänderung ΔC auf beide Glieder, so ergibt sich, wenn $C_p + C_s = C$:

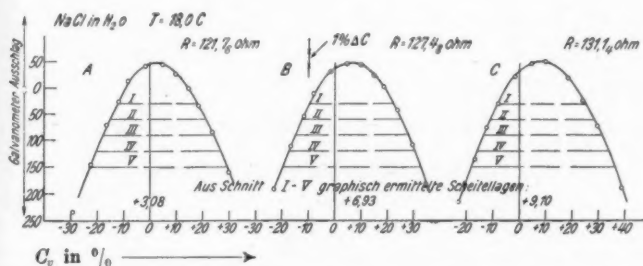
$$\text{Reelles Glied:} \quad \frac{R}{2} \left(1 - \frac{\Delta C}{C} \right).$$

$$\text{Imaginäres Glied:} \quad \frac{R}{2} \left(1 - \frac{\Delta C}{C} \right).$$

In der Nähe des Punktes $\omega(C_p + C_s)R = 1$ wird also eine Widerstandsänderung des Elektrolyten im Gefäß — bei Vernachlässigung der quadratischen Glieder — nur eine Änderung des imaginären Gliedes, also der Kapazität bewirken, während umgekehrt eine Änderung von C_p eine Änderung nur des Ohmschen Widerstandes hervorruft.

Auf die Kurven übertragen heißt das: Durch Ändern der Konzentration des Elektrolyten verschiebt man die Kurve hauptsächlich seitlich, durch Verdrehen von C_s beeinflusst man hauptsächlich die Scheitelhöhe. Es ist theoretisch nicht erforderlich, sondern nur meßtechnisch bequem, an diesem Punkte zu arbeiten, da es praktisch nicht stets gelingt, die Kurven völlig aufeinander fallen zu lassen. Man geht so vor, daß man die Kurve von Elektrolyt II zunächst einmal durch Verstellen von C_s der Kurve von HCl in der Höhe angleicht und dann durch Verändern der Konzentration die Leitfähigkeit so einstellt, daß Kurve II sich Kurve I immer mehr nähert. Zwischendurch stellt man wieder C_s nach; es findet also ein langsames Annähern an Kurve I statt. C_s ist, wie schon erwähnt, leicht einzustellen, nicht so die Leitfähigkeit, hier muß man nach

einer Konzentrationsänderung erst eine Weile warten, bis die Temperatur wieder konstant geworden ist (vgl. Fehlerquellen); man wird also, wenn die Kurven in der Höhe übereinstimmen jedoch in der seitlichen Lage um ein geringes Abweichen, die Messung beenden und die Seitendifferenz interpolieren. Hierzu muß man natürlich vorher die Apparatur geeicht haben. Fig. 4 zeigt drei derartige Eichkurven und ihre Auswertung.



Auswertung:	Kurven	Ohm-differenz	Scheitel-lagen-differenz	1 Skalenteil Scheitel-lagendiff. bedeutet also Ohm	Mittelwert
	A, C	9,38	6,02	1,55	1 Skt. = 1,58 Ohm
	A, B	5,72	3,85	1,49	
	B, C	3,66	2,17	1,69	

NaCl-Eichkurve zur Ermittlung des Ohmwertes pro Skalenteil
Kurvenverschiebung

Fig. 4

Diese Interpolation ist um so einfacher und genauer, je näher man am Punkt $\omega R(C_p + C_s) = 1$ ist, denn nur hier wird eine kleine Seitenverschiebung keine merkliche Höhenverschiebung ausmachen. Fig. 5 zeigt eine Kurvenreihe (MgSO_4 gegen HCl) und ihre Auswertung.

Links ist die „Normalkurve“ des Bezugselektrolyten HCl aufgenommen, der Widerstand mit der Kohlrauschbrücke bestimmt und die Stellung von C_s und damit der Wert $C_p + C_s$ fixiert. Rechts zwei Kurven von MgSO_4 , in demselben Gefäß sofort danach aufgenommen mit ihren Ohmwerten und Lagen

der Resonanzpunkte. Die Lage der Kurven differiert nur wenig von der der Normalkurve; aus dem bekannten Interpolationswert sind die Ohmwerte der MgSO_4 -Kurven für die ideale Lage ermittelt und so der Leitfähigkeitseffekt gewonnen; der DK-Effekt folgt unmittelbar durch die Differenz der C_x -Stellungen.

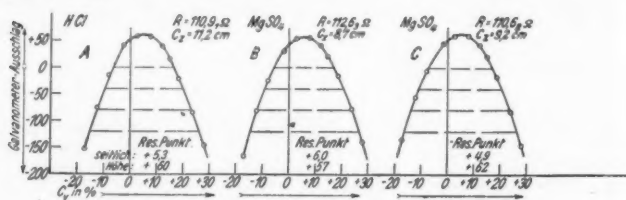
Kurven HCl-MgSO_4 in wäßriger Lösung

Fig. 5

Auswertung:

	Kurven	Ohm-differenz	Scheitel-lagen-differenz	Ohmwert für ideale Kurve	Differenz gegen HCl	Mittel
Leit-fähigkeit	BA	+ 1,72 Ω	+ 0,7 Skt.; entspricht - 1,11 Ω	111,52 Ω	+ 0,61 Ω	+ 0,5 Ω = etwa 0,5%
	CA	- 0,23 Ω	+ 0,4 Skt.; entspricht + 0,63 Ω	111,31 Ω	+ 0,40 Ω	
	Kurven	Höhen-differenz	C_x -Wert für Ideal-kurve	Differenz gegen HCl	$(C_p + C_d)$ für HCl	Mittel
DK	BA	- 3 Skt.; entspricht + 0,3 cm	9,0 cm	- 2,2 cm	184 cm	- 2,2 cm = etwa 1,2%
	CA	+ 2 Skt.; entspricht - 0,2 cm	9,0 cm	- 2,2 cm		

Ergebnis:

Leitfähigkeitserhöhung von MgSO_4 gegen HCl um etwa 0,5 Proz.
Dielektrizitätskonstantenerhöhung von MgSO_4 gegen HCl um 1,2 Proz.
(über Korrekturen vgl. S. 952)

Während der ganzen Messung wird also nichts an der Apparatur geändert, bei Wechsel von HCl auf MgSO_4 z. B. werden stets die alten Verhältnisse wieder hergestellt. Die einzige Ausnahme macht der Zusatzkondensator C_s . Hier findet eine Veränderung eines Leiters, mithin eine Änderung des Potentialverlaufes statt; über eine eventuelle Beeinflussung der Meßergebnisse dadurch ist bei der Behandlung der Fehlerquellen näheres gesagt.

Der Gang der Messung geht unmittelbar aus den Figg. 4 und 5 hervor, sowie aus Tab. 1, die die Aufnahme einer Resonanzkurve zeigt.

Aufgenommen wurden stets etwa zwölf Punkte der Kurve, zu jedem Punkt wurden innerhalb einer Zeit von etwa 1 Min. fünf Funkenübergänge gemacht, d. h. 5 Ausschlagswerte fixiert, die alsdann gemittelt wurden. Die einzelnen

Tabelle 1
NaCl in 50% Zuckerlösung
Beispiel einer Meßreihe

Reihenfolge d. Aufnahme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C_s in cm	275	222	254	316	359	370	341	295	273	248	282	275
Ausschläge	+23	+174	-9	-28	-146	-186	-95	+9,5	+19	-76	+23	+23
"	+22	+172	-8	-28	-145	-184	-94	+10	+19	-80	+20	+22,5
"	+23	+179	-7	-27	-149	-187	-96	+10,5	+19	-77	+21	+23
"	+23	+172	-8	-28	-144	-186	-94	+10	+19	-75	+21	+23
"	+24	+175	-8	-28	-151	-187	-97	+9,5	+20	-82	+21	+22,5
Mittelwerte	+23	-174,4	-8	-28	-147	-186	-95	+10	+19	-78	+21	+23
Ungerechn. Abzissen	+13	-8	+5	+24	+33	+35,3	+30	+18,5	+10	-1,5	+15	+13

Kohlrausch-
brücke:
562,5
562,9
562,7
—
562,7 =
128,67 Ohm
 $C = 40^{\circ} = 38$ cm

Kohlrausch-
brücke:
562,5
562,9
562,7
562,7 =
128,67 Ohm
 $C = 40^\circ = 38 \text{ cm}$

Punkte der Versuchreihe wurden nicht der Reihe nach, sondern nach einem bestimmten Schema wegen der unten zu besprechenden Temperatureinflüsse aufgenommen.

Als Abszissenwerte wurden nicht die Kapazitätswerte von C_v selbst eingetragen, sondern von einer mittleren Kapazität C_0 (meist dem ungefähren Resonanzwert) ausgehend, der Wert

$$\frac{C_v - C_0}{C_v} = \frac{\Delta C}{C_0 + \Delta C}.$$

Auf diese Weise wurde die Resonanzkurve symmetrisch; im ersten Falle wäre sie es nicht, da die Änderung der Gesamtkapazität im Zweig nicht proportional der Änderung von C_{v1} ist.

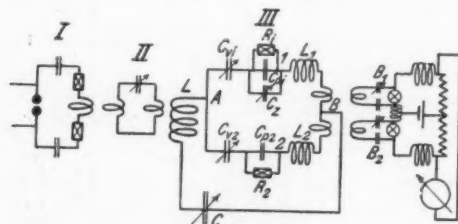
Zur Auswertung wurden die Kurven auf Millimeterpapier etwa 15 mal so groß, als es in den Figg. 4 und 5 geschehen, aufgezeichnet. Das Auswertungsverfahren ist dann genauer als die Messung; d. h. die Meßresultate werden durch die graphische Auswertung nicht mehr beeinflusst.

4. Die Apparatur

Einen Überblick über die gesamte Versuchsanordnung gibt Fig. 6.

Stoßkreis

Kreis I stellt einen zur Erzeugung von Löschfunken üblichen Stoßkreis dar. Die Kondensatoren werden über die Widerstände und die Kopplungsschleife entladen.



Die Versuchsanordnung

Fig. 6

Auslösung des Funkens ist bereits im Anfang berichtet worden.

Zwischenkreis

An den Stoßkreis war angekoppelt der Zwischenkreis II; seine Dämpfung

soll möglichst gering sein. Er bestand aus Drehkondensator und zwei Kopplungsschleifen. Sowohl Stoß- wie Zwischenkreis lagen, bis auf die Funkenstrecke, beide unter Öl, um Sprüherscheinungen und damit verbundene Ausschlagsschwankungen

zu unterdrücken. Kreis II übertrug in loser Kopplung seine Energie auf den schon beschriebenen Meßkreis III.

Baretteranordnung

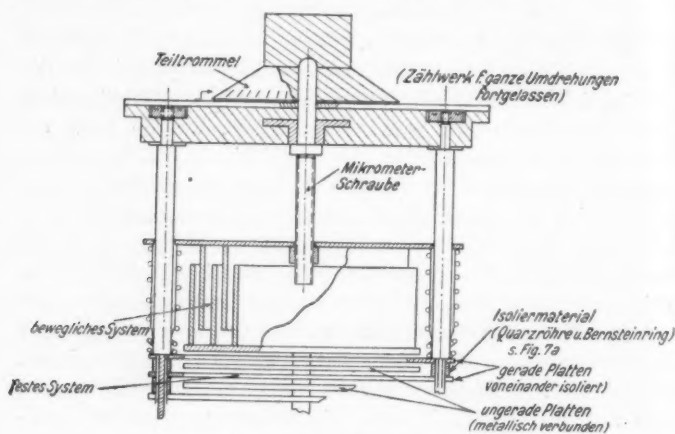
Die technische Ausführung der Baretteranordnung¹⁾ ist im wesentlichen dieselbe geblieben. Während jedoch in der ursprünglichen Anordnung als Baretterlampen Glühlämpchen der Osram-Gesellschaft verwendet wurden, wurden jetzt die Heizfäden von Glühkathodenröhren, wie sie in den Empfangsapparaten für drahtlose Telephonie Verwendung finden, benutzt. Diese Lampen zeigen, zumal die hier verwandte Type, Telefunken RE. 064, eine bedeutend steilere Strom-Spannungscharakteristik als die Osramlämpchen und sind zugleich sorgfältiger gearbeitet und von hohem Evakuationsgrad. So gelang es, trotz Steigerung der Empfindlichkeit, das Messen bequemer zu gestalten, da z. B. ein Wandern des Galvanometerspiegels völlig fortfiel. Infolge der gleichmäßigen Wärmeabfuhr konnte auch auf das Ölbad, in dem sich früher die Baretteranordnung befand, verzichtet werden. Die ganze Anordnung war jetzt in einem gut wärmeisolierten, metallisch abgeschirmten Kasten untergebracht. Der Heizstrom für die Fäden der Lampen (etwa 20 mA) war dauernd eingeschaltet, um Wärmeschwankungen zu vermeiden. So wurden Unsicherheiten des Ausschlags durch Einfluß der Baretteranordnung vermieden.

Anordnung des Meßkreises

Nicht unbedingt notwendig, aber erfahrungsgemäß günstig war es, wenn auf möglichste Symmetrie der Verzweigung geachtet wurde, um sowohl Selbstinduktionen wie Kapazitäten in beiden Zweigen gleich groß zu erhalten. Die beiden Verzweigungspunkte *A* und *B* befanden sich nahe gegenüber und konnten durch ein kurzes Drahtstückchen kurzgeschlossen werden (vgl. Einstellung der Apparatur). Die Kondensatoren C_{01} und C_{02} der Zweige wurden verwandt zur Aufnahme der Resonanzkurven. Da mit wenig gedämpften Schwingungen ($\vartheta = \text{etwa } 0,02$) und insbesondere beim Überprüfen der Apparatur mit geringen Widerständen in den Zweigen gearbeitet wurde, fielen die Resonanzkurven sehr steil aus und es war vorteilhaft, Kondensatoren zu besitzen, die bei einem Kapazitäts-

1) J. Malsch u. M. Wien, Ann. d. Phys. 83. S. 305. 1927.

„Bereich von etwa 80—700 cm eine genügend genau reproduzierbare Einstellung eines Kapazitätswertes besaßen.



Schematische Zeichnung zum Kondensator

Fig. 7

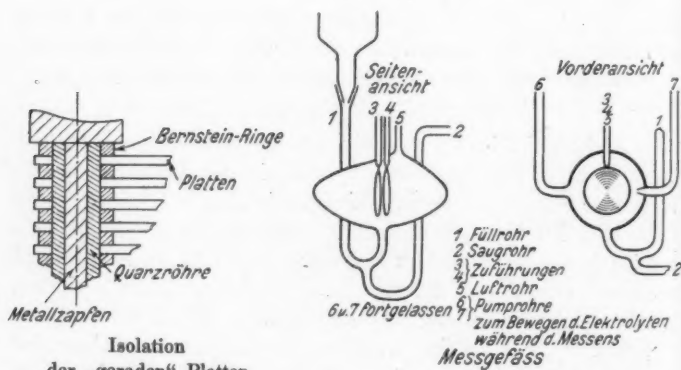


Fig. 7a

Fig. 8

Fig. 7 zeigt einen derartigen Kondensator, der hier beschrieben werden soll, weil die Messungen mit ihm sich als recht bequem erwiesen. Er setzt sich zusammen aus zwei Systemen, einem festen und einem beweglichen.

Das feste System besteht aus 15 quadratischen Messingplatten, von denen die ungeraden miteinander verbunden, die geraden jede für sich durch eine kombinierte Quarz-Bernsteinisolation voneinander isoliert waren (Fig. 7a); mittels einer Schaltwalze (in Fig. 7 nicht gezeichnet) ließ sich Platte für Platte einschalten. Jede Platte stellte einen Zuwachs von etwa 80 cm dar. Dies Intervall wurde stetig überbrückt durch das bewegliche System.

Das bewegliche System besteht aus fünf Zylindern, von denen zwei in die Zwischenräume der übrigen drei durch eine Mikrometerspindel hineingeschoben werden können. Dieses „bewegliche System“ befindet sich über dem „festen System“. Infolge der geringen Ganghöhe der Mikrometerschraube gehörten zum Überbrücken des 80 cm-Intervalls zehn ganze Umdrehungen. Das Ende der Mikrometerspindel bildete außen am Gehäuse eine Teiltrommel mit 100 Teilen.

Das Gewinde der Mikrometerspindel war mehrgängig, außerdem sorgten Gegendruckfedern dafür, daß auch der letzte Rest von totem Gang beseitigt wurde. Eine Zählleinrichtung bewirkte, daß die ganze Anzahl von Umdrehungen, mit denen die Zylindersysteme ineinandergeschoben waren, unmittelbar abgelesen werden konnten. Die Einstellgenauigkeit betrug $\frac{1}{100}$ Umdrehung; somit konnte die Kapazität auf 0,08 cm reproduzierbar eingestellt werden.

Die volle Einstellgemeinschaft der Kondensatoren kam z. B. bei Prüfung auf Selbstinduktionsgleichheit der Zweige durch Aufnahme von Resonanzkurven ohne Widerstände zur Geltung, außerdem bei der Kapazitätsmessung in der Anordnung selbst. Bei der Aufnahme der Kurven für die elektrolytischen Messungen, bei denen mit Widerständen von $R \sim 120 \text{ Ohm}$ in den Zweigen gearbeitet wurde, hätten auch Kondensatoren mit geringerer Einstellgenauigkeit genügt.

Bei der Konstruktion des Meßgefäßes (Fig. 8) war darauf zu achten, daß die Selbstinduktion der Zuführungen möglichst klein ausfiel (vgl. S. 949.). Infolgedessen wurden die Zuführungen zu den Elektroden nahe aneinander gelegt und der Nachteil geringerer mechanischer Festigkeit der Elektrodenbefestigung in Kauf genommen. Mit Rücksicht darauf, daß der Elektrolyt leicht auszuwechseln sein mußte, ohne daß das Gefäß irgend-

wie berührt, geschweige denn aus der Anordnung herausgenommen werden durfte, wurde die in Fig. 8 dargestellte Form angegeben. Sie war auch noch dadurch bedingt, daß das Gefäß während der Messung sich in einem Öl-Thermostaten befand, und der Elektrolyt zwecks Vermeidung lokaler Erwärmung beim Stromdurchgang ständig hin und her gepumpt werden mußte. Durch eine Pumpe konnte man die Flüssigkeit aus dem Gefäß in eine Vorlage saugen, ohne dasselbe aus seiner Lage bringen zu müssen.

Die Kapazität des Gefäßes wurde in der Anordnung selbst gemessen. Dazu wurde es einmal durch eine etwa 30 prozentige HCl-Füllung praktisch kurzgeschlossen und eine Resonanzkurve des Zweiges aufgenommen, dann die HCl-Lösung ersetzt durch eine Füllung mit destilliertem Wasser ($\kappa = 2,3 \cdot 10^{-6} [\Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}]$) und abermals eine Kurve aufgenommen. Sind C_1 und C_{II} die beiden Resonanzkapazitäten, so ergibt sich die Gefäßkapazität aus $C_{\text{Gefäß}} = \frac{C_1 \cdot C_{II}}{C_{II} - C_1}$.

Die Leitfähigkeit κ der Lösungen hatte bei allen Messungen die Größe $3,6 \cdot 10^{-4}$. Sie entsprach der Forderung

$$R = \frac{1}{\omega(C_p + C_s)} \quad (\text{vgl. S. 937}).$$

Will man, daß C_{p1} in der Resonanzstellung ungefähr die Größe der wirksamen Kapazität des Gefäßes

$$C_{\text{effektiv}} = \frac{1 + \omega^2(C_p + C_s)^2 R^2}{\omega^2 R^2 (C_p + C_s)}$$

hat, so ist damit auch die Größe der Selbstinduktion im Zweig bestimmt, sie ist

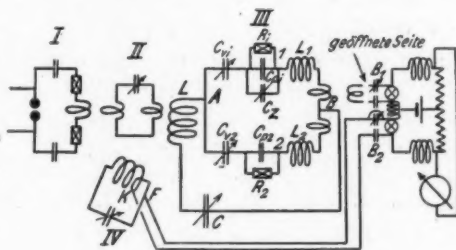
$$L_{1 \text{ bzw. } 2} = \frac{1}{\omega^2 \cdot \left(\frac{C_p \cdot C_{\text{eff.}}}{C_p + C_{\text{eff.}}} \right)}.$$

Einstellung der Apparatur

Sie ergibt sich im wesentlichen aus dem vorhergehenden. Zuerst muß man die Kopplung zwischen Stoß- und Sekundärkreis einstellen. Dies geschieht gleichfalls unter Anwendung der Barettermethode und wird durch Fig. 9 erläutert.

Verwandt wurde nur eine Seite der Baretteranordnung, die andere Kopplung wurde geöffnet. Unter steter Veränderung

der Kopplung zwischen I und II wurden die zu den Funken gehörigen Ausschläge durch Vermittlung eines Wellenmesserkreises IV, der über ein kleines Stück KF seiner Selbstinduktion mit der Brücke gekoppelt war, beobachtet. Schließlich wurde die Kopplung zwischen I und II derart eingestellt, daß die Ausschlagsweite etwa 70 Proz. des Maximalausschlags betrug. Hier war die Löschung am exaktesten.



Die Einstellung der Apparatur

Fig. 9

Die Einstellung des Meß-

kreises geschah so, daß die Punkte A und B, die in der Anordnung sehr nahe beieinander lagen, kurzgeschlossen, und der Hauptkondensator C mit L in Resonanz gebracht wurde; danach wurde die Verbindung AB geöffnet und die Zweige für sich eingestellt. Jetzt kompensierte jede Kapazität nur die zugehörige Selbstinduktion. Alle diese Voreinstellungen wurden während sämtlichen eigentlichen Messungen belassen.

5. Fehlerquellen und Meßgenauigkeit

Betrachtet man die z. T. schon früher erwähnten Fehlerquellen, so ergibt sich folgende Übersicht:

Unregelmäßigkeiten des Funkens

Sie sind größtenteils eine Folge nicht exakter Löschung im Stoßkreis: sie können durch gute Einstellung der Kopplung mit dem Sekundärkreis vermindert werden. Außerdem sind sie nicht so gefährlich, da sie durch die Eigenart der Barettermethode — gleichzeitige Ankopplung beider Meßzweige an die Brücke — kompensiert werden. Trotzdem wurden zur größeren Sicherheit mehrere Beobachtungen für jeden Punkt der Kurve gemacht. Man kann behaupten, daß die Unregelmäßigkeiten

ohne merklichen Einfluß auf die Genauigkeit der Messungen sind. Sie hätten sich sonst in einer Streuung der einzelnen Punkte um die Kurve herum zeigen müssen; dies wurde aber nicht beobachtet.

Interpolationsfehler

Nach den Formeln auf Seite 938 ändert sich gleichzeitig mit der seitlichen Verschiebung der Kurve auch die Höhe, wenn man sich von der Stelle $\omega(C_p + C_s)R = 1$ entfernt. Ist die Höhe derjenigen der Normalkurve angeglichen, aber nicht die seitliche Lage, so darf man den Widerstandswert nur dann ohne Berücksichtigung der DK interpolieren, wenn die Differenz klein ist. Wie die Formeln zeigen und die experimentellen Prüfungen ergeben haben, ist diese Fehlerquelle ebenfalls ohne Einfluß.

Temperaturgang

Er bildet die Hauptfehlerquelle bei dieser Methode. Obwohl durch Thermostaten versucht wurde, die Temperatur möglichst konstant zu halten, so scheiterte dies einmal daran, daß die Heizungsanlage im Institut (Dampfheizung) außerordentlich ungleich arbeitete; andererseits entstanden gerade Temperaturdifferenzen dadurch, daß ja die Konzentration der zu untersuchenden Flüssigkeit durch kleine Zusätze zwecks richtiger Einstellung der Kurve geändert werden mußte. Der Ausgleich dieser Temperaturdifferenzen hätte lange Zeit gedauert. Es war aber nicht möglich, die Aufnahme von zusammengehörigen Meßreihen über eine zu lange Zeit zu erstrecken.

Der Temperaturgang wirkte sich besonders auf die niederfrequente Widerstandsmessung aus; zur Eliminierung des Einflusses auf die Kurve geschah die Aufnahme stets derart, daß die Kurve hin und zurück aufgenommen wurde. Die Kurve selbst bildete also den Mittelwert zwischen den „Hin“- und „Rück“-punkten.

Daß gerade das Herausholen der Flüssigkeit aus dem Gefäß zum Zweck der Konzentrationsänderung Grund für die dauernde Temperaturbeunruhigung ist, zeigt die Prüfung auf „Einstellgenauigkeit“ der Apparatur, nämlich die Aufnahme einer Reihe von Kurven bei einem ständig im Gefäß belassenen Elektrolyten von ungeänderter Leitfähigkeit. Die

Abweichungen der Kurvenscheitelpunkte voneinander entsprachen Änderungen von 0,1—0,2 Proz. des Ohmwertes; diese Abweichungen liegen schon an der Genauigkeitsgrenze der Kohlrauschbrücke.

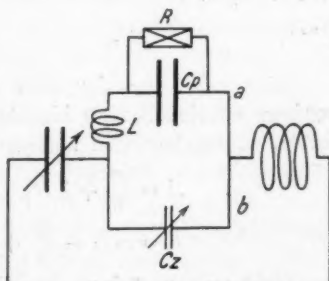
Fehler durch kapazitive Einflüsse, Verkopplungen usw.

Es wurde absichtlich von gegenseitigen Abschirmungen der Kreise Abstand genommen, da es nicht unbedingt sicher erscheint, daß mit der Anbringung dieser Einrichtungen die Fehlerquellen bei hochfrequenten Messungen abnehmen. Eine Eliminierung aller derartigen Einflüsse auf das Resultat wurde in der Weise zu erreichen gesucht, daß durch die Messungen möglichst wenig an der Apparatur selbst geändert wurde. Alle Einstellungen, Kopplungen usw. blieben während der Messungen unangetastet, geändert wurde nur die Leitfähigkeit der Lösungen und der Zusatzkondensator C_z um max. 20 cm. Lediglich hier bei C_z könnte man Einwendungen betr. Änderung des Potentialverlaufes machen; experimentell ist ein derartiger Einfluß nicht beobachtet worden, außerdem steht dem die noch verhältnismäßig niedrige Frequenz $\omega = 4,35 \cdot 10^7$ entgegen.

Fehler durch Parallelschalten

Zum Schluß soll eine Fehlerquelle besonders betrachtet werden, da sie von allgemeinem Interesse ist und bei den meisten Hochfrequenzmessungen eine Rolle spielen kann.

Sie tritt durch den Einfluß der Zuführungen bei Parallelschaltung von Kapazitäten auf und steigt mit zunehmender Frequenz, also dann, wenn die Selbstinduktion der Zuleitungen nicht mehr zu vernachlässigen ist. Es war bisher angenommen worden, daß bei Parallelschaltung des Zusatzkondensators zum Meßgefäß die Selbstinduktion L der Zuleitung



Einfluß der Selbstinduktion L in den Zuführungen zum Meßgefäß

Fig. 10

gleich Null ist (Fig. 10). Dies trifft nun in Wirklichkeit nicht genau zu.

Berücksichtigt man dies und stellt jetzt für den Meßzweig analog den Ausdrücken auf S. 937 die Formeln für den Widerstandsoperator auf, so erhält man für den reellen Teil A des komplexen Widerstandes

$$A = \frac{R}{(1 - \omega^2 C_s L)^2 + \omega^2 [(C_p + C_s) R - \omega^2 C_s C_p L R]^2}$$

und für den imaginären Teil $B = j b$

$$B = \frac{\omega L (1 - \omega^2 C_s L) (1 + \omega^2 C_p^2 R^2) - \omega R^2 (C_p + C_s) + 2 \omega^3 C_p C_s R^2 L}{(1 - \omega^2 C_s L)^2 + \omega^2 [(C_p + C_s) R - \omega^2 C_s C_p L R]^2}.$$

Setzt man $\omega^2 C_s L = \lambda$, so ergeben sich die Ausdrücke

$$(3) \quad A = \frac{R}{(1 - \lambda)^2 + \omega^2 [(C_p + C_s) R - \lambda C_p R]^2},$$

$$(4) \quad B = \frac{\omega L (1 - \lambda) (1 + \omega^2 C_p^2 R^2) - \omega R^2 (C_p + C_s) + 2 \omega C_p R^2 \lambda}{(1 - \lambda)^2 + \omega^2 [(C_p + C_s) R - \lambda C_p R]^2}.$$

Man sieht, daß für den Fall $L = 0$ sich für A und B folgende einfache Ausdrücke ergeben:

$$A = \frac{R}{1 + \omega^2 (C_p + C_s)^2 R^2}, \quad B = - \frac{\omega (C_p + C_s) R^2}{1 + \omega^2 (C_p + C_s)^2 R^2}.$$

Für den Fall:

$$\underline{C_s = 0} \quad A = \frac{R}{1 + \omega^2 C_p^2 R^2}, \quad B = \omega L - \frac{\omega C_p R^2}{1 + \omega^2 C_p^2 R^2}.$$

Weiter ergibt sich für

$$\underline{R = 0} \quad A = 0, \quad B = \frac{\omega L}{1 - \omega^2 C_s L}.$$

Hier soll nur der Fall $\omega (C_p + C_s) R = 1$ betrachtet werden; entwickelt man hierfür A und B nach λ als kleiner Größe, so ergeben sich aus (3) und (4) die genäherten Werte

$$A = \frac{R}{2} + \lambda R,$$

$$B = \omega L - \frac{R}{2} + \lambda \left[\omega L - \frac{R}{2} \right].$$

Geht man zurück zu den allgemeinen Formeln (3) und (4) und nimmt jetzt an, daß L (Fig. 10) gleich Null gemacht würde. Dann müßte sowohl R um einen Betrag $\varrho \cdot R$, sowie C_s um einen Betrag $\gamma \cdot C_s$ verändert werden, damit

$$A = A_{L=0} \quad \text{und} \quad B = B_{L=0}$$

wird. Zur Berechnung von ϱ und γ setzt man an:

$$(5) \quad A_{L=0} = \frac{R(1+\varrho)}{1 + \omega^2(C_p + C_s[1+\gamma])^2 R^2(1+\varrho)^2},$$

$$(6) \quad B_{L=0} = \omega L - \frac{\omega(C_p + C_s[1+\gamma]) R^2(1+\varrho)^2}{1 + \omega^2(C_p + C_s[1+\gamma])^2 R^2(1+\varrho)^2}.$$

Entwickelt man nach ϱ und γ als kleinen Größen und betrachtet wieder nur den Fall $\omega(C_p + C_s)R = 1$, so ergibt sich:

$$A_{L=0} = \frac{R}{2} - \gamma \frac{\omega C_s R^2}{2},$$

$$B_{L=0} = \omega L - \frac{R}{2} - \varrho \frac{R}{2}.$$

Man sieht, daß — für $\omega(C_p + C_s)R = 1$ — der Einfluß von ϱ auf $A_{L=0}$ und von γ auf $B_{L=0}$ verschwindet (vgl. auch S. 938).

Für $A = A_{L=0}$ erhält man

$$\gamma = -\frac{2\omega L}{R},$$

eben für $B = B_{L=0}$

$$\varrho = \omega^2 C_s L \left(1 - \frac{2\omega L}{R}\right).$$

Der Einfluß von L auf die Meßergebnisse ist nach diesen Formeln folgender:

Die Einstellung des zu untersuchenden Elektrolyten (II) auf den Bezugselektrolyten (I) erfolgt so, daß die Resonanzkurven beider aufeinander fallen. D. h. die Werte $A_1 = A_{II}$, $B_1 = B_{II}$.

Ist nun eine Leitfähigkeits- und DK-Änderung des Elektrolyt II vorhanden, so werden in den Ausdrücken A_{II} und B_{II} sowohl C_p und damit C_s , wie auch R andere Werte angenommen haben.

Gemessen werden die Änderungen von R (Kohlrauschbrücke) und die Änderung von C_s (C_s -Skala).

Wäre L (Fig. 10) gleich Null, so könnte man die festgestellten Änderungen unmittelbar als „Effekte“ angeben. Wie die Gegenüberstellung der Formeln (3) und (5), (4) und (6) zeigt, geht R und C_s — im Falle $L \neq 0$ — jedoch in $R(1+\varrho)$ und $C(1+\gamma)$ für den Fall $L = 0$ über.

Es ergeben sich also als Werte für die Leitfähigkeits-
erhöhung:

$$(7) \quad R_{II}(1 + \varrho_{II}) - R_I(1 + \varrho_I),$$

DK-Erhöhung:

$$(8) \quad C_{sI}(1 + \gamma_I) - C_{sII}(1 + \gamma_{II}).$$

Als Beispiel betrachten wir die Meßergebnisse auf Fig. 5. Sie sind noch nicht korrigiert. Um die Korrektur für die Auswertung des Kurvenpaares BA zu erhalten, ist zu bestimmen: ϱ_I , ϱ_{II} , γ_I , γ_{II} . Es ergeben sich die Werte:

$$\text{Kurve } A: \varrho_I = 9,2 \cdot 10^{-4} \quad \gamma_I = -3 \cdot 10^{-2},$$

$$\text{„ } B: \varrho_{II} = 6,74 \cdot 10^{-4} \quad \gamma_{II} = -3 \cdot 10^{-2}.$$

Aus Fig. 5 entnimmt man die Werte:

$$R_I: 111,52 \text{ Ohm (MgSO}_4\text{)},$$

$$R_{II}: 110,91 \text{ Ohm (HCl)}.$$

Gleichung (7) ergibt dann den korrigierten Wert: 0,59 Ohm gegen 0,61 Ohm unkorrigiert. Eine gleiche Rechnung für das Kurvenpaar CA ergibt als korrigierten Wert 0,39 Ohm gegen 0,40 Ohm unkorrigiert.

Für die Korrektur des Unterschiedes der DK wird die Rechnung noch etwas einfacher, da man hier ohne merklichen Fehler $\gamma_I = \gamma_{II}$ setzen kann. Es ergibt sich dann aus (8): 2,13 cm statt 2,20 cm.

Man sieht, daß die Wirkungen von L bei kleinen Änderungen von C_s und R gering sind. Daher sind in Tab. 2 die Meßresultate HCl - $NaCl$ in wäßriger Lösung unkorrigiert angegeben. Erst bei größeren Änderungen, wie sie z. B. bei Zuckerlösungen auftreten, wird, wie Tab. 3 zeigt, ihr Einfluß merklich.

Die Fehlerquelle wächst schnell mit der Frequenz, bei hohen Schwingungszahlen kann sie die Resultate völlig fälschen.

Die Betrachtung der Fehlerquellen ergibt, daß die Hauptunsicherheiten der Messungen auf unkontrollierbaren Temperaturgängen beruhen. Es leidet hier mehr die Messung der Leitfähigkeit als die der DK.

Die einzelnen Messungen der Leitfähigkeit bei Hochfrequenz können bis etwa 0,8 Proz. Abweichungen gegen-

einander aufweisen. Die Messungen der DK etwa 0,3 Proz. Man wird als mittleren Fehler im ersten Fall 0,5 Proz., im zweiten Fall 0,2 Proz. angeben können. Die Einstellfehler sind geringer als die Meßfehler, etwa 0,2 Proz.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß vorliegende Methode bei kleinen Leitfähigkeitsänderungen, wie sie sich bei den Messungen an wäßrigen Lösungen ergeben, nur die Größenordnung der Änderung erkennen läßt, für Prüfung des Debye-Falkenhageneffektes muß also entweder die Meßgenauigkeit noch vergrößert oder die Frequenz und damit die Leitfähigkeitsänderung erhöht werden.

6. Die Meßresultate

1. Die Messungen an wäßrigen Lösungen: Tab. 2 gibt eine Übersicht über die Ergebnisse der Messungen an wäßrigen Lösungen.

Es wurden untersucht die Leitfähigkeitsänderung und die DK von Kochsalz, Magnesiumsulfat und Bariumferrocyanid. Als Bezugs elektrolyt wurde HCl gewählt, für das nach der Debye-Falkenhagensehen Theorie nur geringe Effekte in der Größenordnung 0,05—0,1 Proz. zu erwarten sind.

Für Kochsalz gegen HCl ergab die Messung eher eine Leitfähigkeitserniedrigung, statt der nach der Theorie zu erwartenden geringen Erhöhung; doch erscheinen, wie schon oben erwähnt, diese Meßresultate recht unsicher, da sie sich fast noch in den Fehlergrenzen befinden. Die Messung der DK würde etwa den nach der Theorie zu erwartenden Ergebnissen entsprechen.

Bei den Magnesiumsulfat- und Bariumferrocyanidmessungen ist besonders bei den Werten für die Leitfähigkeit annähernde Übereinstimmung mit den theoretischen Größen vorhanden; gut ist auch die Übereinstimmung der DK-Messung von Magnesiumsulfat mit der Theorie. Eine größere Abweichung ergibt sich beim DK-Wert von Bariumferrocyanid, jedoch sind die Messungen mit diesem Salz recht unsicher, da hier chemische Reaktionen während der Messung vorzugehen scheinen. Gar nicht verwandt wurde Bariumferrocyanid bei den Untersuchungen von Zuckerlösungen, da hier sofort Umsetzungen eintraten.

Tabelle 2

Meßwerte und theoretische Werte für wäßrige Lösungen
Bezugselektrolyt: HCl

Elektrolyt	Leitfähigkeitserhöhung in Ohm				Erhöhung der DK in cm			
	ge- messen Ohm	korri- giert Ohm	%	theoret. Wert %	ge- messen cm	korri- giert cm	%	theoret. Wert %
NaCl	- 0,38 - 0,67 - 0,04	Korrekt. vernach- lässigt	- 0,3 - 0,55 - 0,03	+ 0,03 — —	+ 0,3 + 0,3 + 0,5	ver- nach- lässigt	0,2 0,2 0,3	+ 0,1 — —
MgSO ₄	+ 0,61 + 0,40	+ 0,59 + 0,39	+ 0,5 + 0,33	+ 0,37 —	+ 2,2 + 2,2	+ 2,1 + 2,1	1,2 1,2	+ 1,3 —
Ba ₂ [Fe(CN) ₆] .	+ 0,81 + 0,56	+ 0,80 + 0,55	+ 0,66 + 0,46	+ 0,4 —	+ 2,8 + 2,5	+ 2,7 + 2,4	1,6 1,4	+ 3,7 —

Tabelle 2

Meßwerte und theoretische Werte für 50 prozentige Zuckerlösung
als Lösungsmittel
Bezugselektrolyt: NaCl

Elektrolyt	Leitfähigkeitserhöhung in Ohm				Erhöhung der DK in cm			
	ge- messen Ohm	korri- giert Ohm	%	theoret. Wert %	ge- messen cm	korri- giert cm	%	theoret. Wert %
MgSO ₄	+ 1,77 + 3,03 + 2,88	+ 1,64 + 2,91 + 2,60	1,3 2,2 2,0	+ 0,25 — —	+ 12 + 12 + 11,8	+ 11,7 + 11,8 + 11,4	9 9 9	+ 10 — —
Ba ₂ [Fe(CN) ₆] .	+ 4,01 + 4,70	+ 3,82 + 4,42	2,9 3,4	+ 0,34 —	+ 18,3 + 18,0	+ 17,8 + 17,5	14 14	+ 16 —

2. Messungen in Zuckerlösungen: Verwandt wurde als Lösungsmittel 50 prozentige Zuckerlösung. Untersucht wurden Magnesiumsulfat und Bariumferricyanid. Bezugselektrolyt war Kochsalz. Tab. 3 zeigt die Ergebnisse.

Auffällig sind die größeren Abweichungen von der Theorie bei der Messung der Leitfähigkeitserhöhung. Die gemessenen Werte sind bei beiden Salzen fast eine Zehnerpotenz größer, als die Theorie für die betreffenden Salze angibt. Diese Frage bedarf noch einer Klärung. Gut ist die Übereinstim-

mung mit der Theorie bei den Messungen der DK. Sie deckt sich mit dem Ergebnis bei Magnesiumsulfat in wäßriger Lösung.

7. Zusammenfassung

1. Es wird eine Barettermethode beschrieben, welche die Widerstands- und Kapazitätsänderung eines Leiters bei Hochfrequenz gleichzeitig zu messen gestattet.

2. Die Fehlerquellen werden ausführlich diskutiert, insbesondere der Fehler, der bei Parallelschaltung von Kapazitäten durch Selbstinduktion der Zuleitungen verursacht wird.

3. Als Anwendungen der Methode werden die Ergebnisse einiger Messungen bei einer Frequenz $\omega = 2\pi n = 4,35 \cdot 10^7$ an Kochsalz, Magnesiumsulfat und Bariumferrocyanid in wäßriger Lösung, an Magnesiumsulfat und Bariumferricyanid in 50 prozentiger Zuckerlösung mitgeteilt. Die Leitfähigkeit aller Lösungen betrug $\kappa = 3,6 \cdot 10^{-4} [\Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}]$.

Die Ergebnisse der Messungen der Leitfähigkeit und der Dielektrizitätskonstante entsprechen in wäßrigen Elektrolyten ungefähr den Werten der Debye-Falkenhagenschen Theorie.

4. Die Meßgenauigkeit beträgt bei Anwendung auf elektrolytische Messungen für die Leitfähigkeit 0,5 Proz., für die Kapazität 0,3 Proz. Die Hauptunsicherheit entsteht durch Temperaturdifferenzen im Meßgefäß.

Vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität Jena auf Anregung von Hrn. Geheimrat M. Wien ausgeführt. Ihm, meinem hochverehrten Lehrer bin ich für seinen steten Beistand mit Rat und Tat, für die Förderung, die er dieser Arbeit hat zuteil werden lassen, zu tiefem Dank verpflichtet.

Dank schulde ich ferner dem Elektrophysikalausschuß der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, der mir die Durchführung dieser Arbeit ermöglicht hat.

Jena, den 10. Januar 1931. Physikal. Inst. d. Universität.

(Eingegangen 17. Januar 1931)

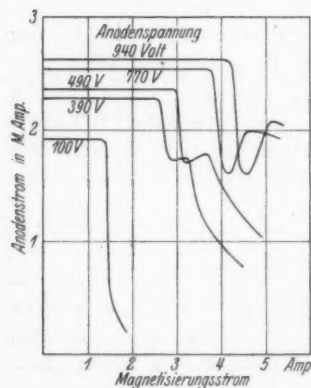
Das Magnetron als negativer Widerstand **Von H. E. Hollmann**

(Mitteilung aus dem Heinrich-Hertz Institut für Schwingungsforschung)

(Mit 12 Figuren)

Einleitung

Während normalerweise die Kennlinie eines Magnetrons, d. h. der Anodenstrom einer zylindrischen Diode als Funktion eines koaxial gerichteten magnetischen Kraftflusses, einen stetig abfallenden Verlauf nimmt, wie es die Theorie von Hull (1)



Magnetronkennlinien nach Okabe

Fig. 1

fordert, geben verschiedene Autoren hiervon gänzlich abweichende Kurven an. So benutzten Yagi und Okabe (2) das Magnetron zur Erzeugung ultrakurzer Wellen nach dem Vorschlag von Zacek (3), die auf ähnliche Weise wie die Barkhausensche Elektronenpendelung auf Grund der periodischen Elektronenbewegung auf kreisförmigen Bahnen entstehen. Dabei erhalten die beiden Forscher statische Magnetronkennlinien der in Fig. 1 wiedergegebenen Form, die sich nicht nur durch ihre geringere Steilheit, sondern vor allem durch die Einsattelungen nach dem Überschreiten der kritischen Feldstärke und das darauffolgende Strommaximum von den normalen Magnetronkennlinien unterscheiden. Genauer werden die Verhältnisse von Ranzi (4) untersucht, welcher findet, daß die beschriebenen Anomalien nur unter der Voraussetzung auftreten, daß die Achse der Magnetronröhre gegen die magne-

tis
lau
lau
An
de
ge
te
bi
W
sch
Zu
vo
an
ho
ab
er
lic
au
Al
St
st
vo
lei

St
W
de
El
de
de
W
U
at
fa
G
un

tr

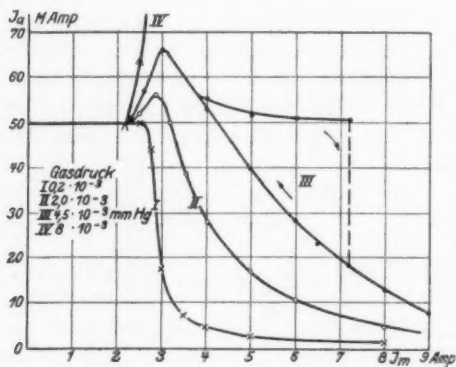
tischen Kraftlinien schwach geneigt ist, während bei exakt laufenden Kraftlinien die Kennlinien immer den normalen Verlauf nehmen. Weiterhin machen sich die Unstetigkeiten des Anodenstroms darin kenntlich, daß an den betreffenden Stellen der innere Widerstand des Magnetrons negativ wird, und es gelingt Ranzi, innerhalb dieser Bereiche fallender Charakteristik Schwingungen von den tiefsten akustischen Frequenzen bis zu etwa 10^8 Hz anzufachen. Ranzi sucht die negativen Widerstandsbereiche durch eine Rückwirkung der Elektronenschwingungen auf die Magnetronkennlinien zu erklären. Im Zusammenhang mit diesen Beobachtungen sind die Versuche von Slutzkin und Steinberg (5) von Bedeutung, welche angeben, daß auch die Energie der Magnetronschwingungen in hohem Maße von der Orientierung der Röhre im Magnetfeld abhängt und bei einer Neigung von etwa 10 Grad ein Maximum erreicht. Verschiedentlich trat bei ihren Versuchen ein plötzliches Anwachsen des Anodenstroms über den Sättigungswert auf, was bis zur völligen Zerstörung der Röhre führen konnte. Als Ursache ergibt sich eine zusätzliche Fadenheizung, die von Slutzkin und Steinberg dem hochfrequenten Schwingungsstrom der Ultrakurzwellen zugeschrieben wird. Durch besondere, vom Schwingungssystem der Elektroden getrennte Heizzuleitungen glauben sie, die Störerscheinung beseitigt zu haben.

Es liegt zunächst nahe, zwischen den Beobachtungen von Slutzkin und Steinberg und den Angaben Ranzis in solcher Weise einen Zusammenhang zu erblicken, daß die Schwingungen der ersten beiden Forscher ihrer Ursache nach keine reinen Elektronenschwingungen sind, sondern durch eine Anfachung des an die Röhre angeschlossenen Paralleldrahtsystems durch den bei Neigung der Röhre im Magnetfeld auftretenden negativen Widerstandsbereich erzeugt werden. Im Verlauf der vorliegenden Untersuchungen zeigt sich indessen, daß diese Annahme nicht aufrechterhalten werden kann, sondern daß die Bereiche fallender Charakteristik und die Elektronenschwingungen im Gegensatz zu den Vermutungen Ranzis zwei vollkommen unabhängig nebeneinander bestehende Erscheinungen sind.

§ 1. Die Wirkung von Restgasen in der Röhre auf die statischen Magnetronlinien

Bei Vorversuchen mit normalen handelsüblichen Zweielektroden (Ventil-) Röhren konnten bei ein und derselben Röhre

starke Änderungen der magnetischen Charakteristik mit der Betriebsdauer festgestellt werden, die nur durch eine Verschlechterung des Vakuums infolge Erwärmung zu erklären waren. Um dies prüfen zu können, wurde eine Röhre benutzt, die mit der Pumpapparatur noch in Verbindung stand, so daß sich ihr Vakuum meßbar beeinflussen ließ. Nach sorgfältigem Ausheizen wurde Wasserstoff durch Erhitzen eines Palladiumröhrchens in der Bunsenflamme in die Röhre eindiffundieren gelassen, wobei der Gasdruck mit einem MacLeod-Manometer gemessen wurde. Die bei den folgenden Messungen benutzte Röhre hatte einen Anodendurchmesser von 13 mm bei einer



Magnetronkennlinien bei verschiedenen Gasdrucken

Fig. 2

rameter erhaltene Magnetronkennlinien, und zwar den Anodenstrom I_a als Funktion des Magnetisierungsstroms I_m . Während bei niedrigen Drucken bis zu $2 \cdot 10^{-4}$ mm Hg noch die reine, der Hullschen Theorie entsprechende Kennlinie erhalten wird, tritt mit zunehmendem Gasgehalt erstens eine Verflachung der Kennlinien auf, und zweitens zeigt der Strom vor dem Absinken unmittelbar vor der kritischen Feldstärke ein Ansteigen über den Sättigungswert, um erst nach Überschreiten eines Maximums endgültig abzusinken. Mit nur wenig wachsendem Druck wird dieser Stromanstieg immer mehr ausgeprägt, so daß bei $8 \cdot 10^{-3}$ mm Hg der abfallende Bereich

Anodenlänge von 25 mm, während die Kathode aus 0,15 mm starkem Wolframdraht bestand. Das Elektrodensystem war innerhalb einer Magnetisierungsspule genau koaxial ausgerichtet.

Die Fig. 2 zeigt verschiedene bei einer konstanten Anodenspannung von 300 Volt und bei verschiedenen Gasdrucken als Pa-

wegen der begrenzten Belastbarkeit der Röhre schon nicht mehr zu erreichen war.

Bei den herrschenden Drucken ließ das helle Leuchten eines beiderseits aus dem Anodenzyylinder austretenden Kathodenstrahls eine äußerst starke Gasionisation erkennen. In diesem Fall wird die Verflachung der Magnetronkennlinien einmal dadurch verursacht, daß die Elektronen durch den Zusammenstoß mit Gasmolekülen soviel an Geschwindigkeit einbüßen, daß sie der Einwirkung des Magnetfeldes entgehen, zum anderen durch die Anlagerung von Elektronen an neutrale Gasmoleküle, welche ihrer großen Masse zufolge ebenfalls durch das Magnetfeld nicht mehr beeinflußt werden, und daher auch oberhalb der kritischen Feldstärke noch auf die Anode auftreffen. Der zweite Effekt, nämlich das Ansteigen des Anodenstroms über den Sättigungswert rührt ausschließlich von einer Rückheizung des Glühfadens durch positives Ionenbombardement her, was nicht nur durch eine deutlich sichtbare Zunahme der Fadenhelligkeit, sondern auch durch eine, aus der Widerstandserhöhung zu erklärenden Abnahme des Heizstromes erwiesen wird. Schließlich wird durch diese Rückheizung auch die Zieherschleife der Kurve III in Fig. 2 erklärlich, indem die Rückheizung in beträchtlicher Stärke noch bis zu einem

Magnetisierungsstrom von 7,2 Amp. erhalten bleibt, um dann plötzlich abzureißen, während der Kurvenverlauf in umgekehrter Richtung stetig ist.

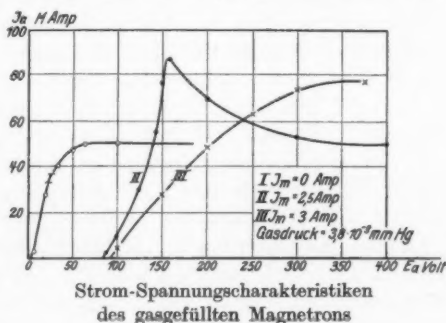


Fig. 3

Betrachtet man bei verschiedenen konstanten Magnetisierungen die Stromspannungscharakteristiken des gasgefüllten Magnetrons, wie solche in Fig. 3 wiedergegeben sind, so macht sich natürlich auch hier die Rückheizung in einem Anstieg des Anodenstroms über den sich aus Kurve I zu 50 mA ergebenden Sättigungswert hinaus bemerkbar. Steigt aber dabei

in dem angegebenen Spannungsbereich bis 400 Volt bei einem Magnetisierungsstrom von 3 Amp. der Strom stetig an, so erreicht er bei $I_m = 2,5$ Amp. bei der Anodenspannung von 160 Volt ein Maximum, um mit weitersteigender Spannung wieder dem Sättigungswert zuzustreben. In dem Bereich über 160 Volt ist die Kennlinie also fallend, doch lassen sich durch diesen negativen Widerstandsbereich infolge der thermischen Trägheit des Rückheizungseffektes keine hochfrequenten Schwingungen anfachen. Ähnliche fallende Kennlinienteile konnten noch bis zu Drucken von 0,1 mm Hg verfolgt werden. Bei normalen handelsüblichen Röhren mit weitaus dünnerem Heizfadenmaterial tritt die Rückheizung natürlich schon bei viel geringeren Drucken auf, doch ist eine konstante Einstellung und Messung wegen der Gefährdung der Kathode im allgemeinen nicht möglich. Es hat nach diesen Versuchen den Anschein, als ob auch bei Slutskin und Steinberg das in der Einleitung erwähnte Anwachsen des Anodenstromes einer Rückheizung durch positive Gasionen zuzuschreiben ist, und nicht einer zusätzlichen Heizung durch einen hochfrequenten Schwingungsstrom, der bei den ultrakurzen Wellen kaum die Größenordnung des Heizstroms erreichen dürfte. Dies wird um so wahrscheinlicher dadurch, daß bei den vorliegenden Versuchen keinerlei Hochfrequenzschwingungen nachgewiesen werden konnten. Wenn die beiden Forscher in besonders angefertigten Spezialröhren den Störeffekt beseitigen konnten, so dürfte dies lediglich dem besseren Vakuum dieser Röhren zuzuschreiben sein.

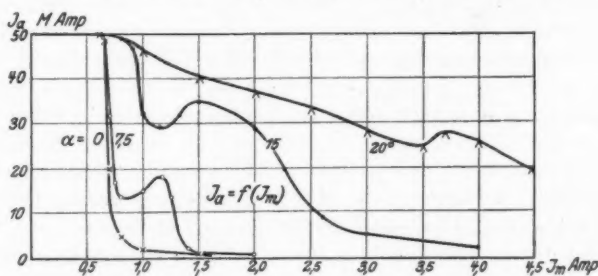
Bei einer Neigung der Magnetronröhre gegen das Magnetfeld änderten die Kurven ihr Aussehen sehr stark, und nahmen einen zum Teil äußerst komplizierten und nicht mit Sicherheit zu reproduzierenden Verlauf an, der nur durch eine Überlagerung verschiedener Effekte zu erklären ist. Um diese Komplikationen auszuschließen, wurden die weiteren Versuche nur an Röhren mit äußerstem Hochvakuum vorgenommen.

§ 2. Die statischen Kennlinien des Hochvakuummagnetrons bei zum Magnetfeld geneigter Röhrenachse

War bei den bisher angestellten Untersuchungen das Magnetfeld genau koaxial ausgerichtet, so beziehen sich die folgenden Angaben auf den Fall, daß die Röhrenachse zur Richtung der magnetischen Kraftlinien geneigt ist. Wegen

ihres vorzüglichen Vakuums und ihrer hohen Belastbarkeit erwies sich die Philips Diode DA 08 10, welche Type auch Ranzi benutzte, als besonders geeignet. Die Röhre war zwischen den Polen eines Du Bois-Magneten drehbar angebracht, wobei der Neigungswinkel zwischen den Kraftlinien und der Röhrenachse mit α bezeichnet sei.

Die Fig. 4 zeigt nun einige, bei verschiedenen Neigungswinkeln α erhaltene Magnetronkennlinien bei einer konstanten Anodenspannung von 500 Volt und einem Emissionsstrom von 50 mA. Man erkennt, wie mit zunehmender Drehung der Röhre die Kurven immer stärker von dem durch die Hullsche Theorie



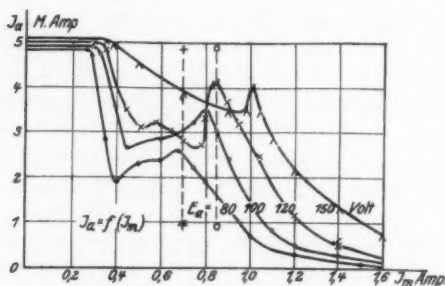
Magnetronkennlinien bei zum Magnetfeld geneigter Röhrenachse

Fig. 4

für den Winkel $\alpha = 0$ vorgeschriebenem Verlauf abweichen, indem sie einmal flacher werden, zum anderen aber Einsattelungen der von Yagi und Okabe (a. a. O.) beobachteten Form zeigen. Mit wachsendem Neigungswinkel werden diese Einsattelungen ebenfalls immer flacher, bis bei senkrechter Orientierung der Röhre zum Magnetfeld jede Beeinflussung des Anodenstroms aufhört.

Ähnliche Kurven ergeben sich, wenn der Anodenstrom als Funktion der magnetischen Feldstärke bei verschiedenen Anodenspannungen als Parameter aber bei konstantem Neigungswinkel aufgenommen wird. In Fig. 5 sind einige solcher Kurven dargestellt welche analoge Einsattelungen in ihrem Verlauf erkennen lassen. Ersichtlich verschiebt sich mit steigender Spannung nicht nur die kritische Feldstärke in Richtung stärkerer Magnetisierung, sondern es verlagern sich in weitaus stärkerem Maße auch die Einsattelungen, was innerhalb be-

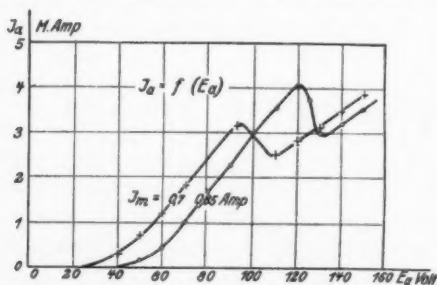
grenzter Bereiche zu einer Überschneidung der Kurven für verschiedene Spannungen führt. Daraus resultiert aber bei niedrigen Spannungen ein stärkerer Anodenstrom als bei



Magnetronkennlinien bei verschiedenen Anodenspannungen als Parameter

Fig. 5

wiedergibt. Offensichtlich ist die Ursache der vorliegenden Erscheinungen eine grundsätzlich andere, als im vorhergehenden Fall des gasgefüllten Magnetrons, denn einmal zeigen sich die



Bereiche negativen Widerstands beim Magnetron

Fig. 6

den Bereich sehr hoher Frequenzen trägheitslos sind, so daß im Anodenkreis liegende Schwingungssysteme bis zu einer Eigenwelle von etwa 20 m angefacht werden.

Es zeigte sich, daß die Anfachungsbereiche bei niedrigen Emissionsströmen stärker hervortraten, weshalb sich die Figg. 5

höherem Anodenpotential, womit das Magnetron wieder als negativer Widerstand gekennzeichnet ist.

Deutlicher wird dies aus der Fig. 6 ersichtlich, welche zwei Stromspannungscharakteristiken für die in Fig. 5 bezeichneten Ordinaten mit $I_m = 0,7$ und $0,85$ Amp. wie-

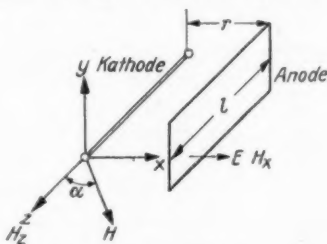
Bereiche negativen Widerstands unterhalb des Sättigungsstroms und nach Überschreiten der kritischen Feldstärke, und zum anderen treten sie nur bei zum Magnetfeld geneigter Röhrenachse auf. Ein weiterer Unterschied ist schließlich, daß sie bis in

und 6 auf einen Sättigungsstrom von nur 5 mA beziehen. Mit dem Neigungswinkel ändert sich sowohl die Lage als auch die Ausdehnung der Bereiche fallender Charakteristik, doch kann unter Hinweis auf die Fig. 4 von einer Wiedergabe weiterer Kurvenscharen abgesehen werden.

§ 3. Theoretische Behandlung der Elektronenbewegung

Während die allmähliche Verflachung der Kennlinien mit zunehmender Drehung der Röhre aus der coaxialen Orientierung auf Grund der nach dem \cos -Gesetz abnehmenden axialen Feldkomponente leicht verständlich ist, tritt hierzu offenbar ein zweiter Effekt, nämlich ein oberhalb der kritischen Feldstärke erneut auftretender Strombereich, der das Maximum in den Magnetronkennlinien verursacht. Diesen neuen Strom ruft nun die bei Drehung der Röhre auftretende radiale magnetische Feldkomponente hervor, was sich aus der Elektronenbewegung innerhalb der Anode auf folgende Weise ableiten läßt:

Der Einfachheit halber erfolgt die theoretische Behandlung der Elektronenbahnen unter gleichzeitiger Einwirkung eines elektrischen und magnetischen Feldes mit beliebiger Neigung gegeneinander unter der Voraussetzung ebener Elektroden und Vernachlässigung jeglicher Raumladung, d. h. linearen Potentialverlaufs. Es sind aus diesem Grunde zwar nur qualitative Resultate zu erwarten, die jedoch zur Erklärung obiger Anomalien vollständig ausreichen. Das gewählte Koordinatensystem habe die durch die Fig. 7 gekennzeichnete Lage zu den Elektroden. Darin bezeichne K die Kathode und A die Anode. Das elektrische Feld läuft in der x -Richtung, während das magnetische Feld in der x, z -Ebene orientiert ist und in seine beiden Komponenten H_x und H_z zerlegt wird. Die Kraftkomponenten, welche auf alle den Heizfaden verlassende Elektronen einwirken, ergeben sich aus den drei bekannten Grundgleichungen:



Orientierung des Koordinatensystems im elektrischen und magnetischen Feld

Fig. 7

$$(1a) \quad m \cdot \dot{v}_x = e \cdot E - e \cdot v_y \cdot H_z$$

$$(1b) \quad m \cdot \dot{v}_y = e \cdot v_x \cdot H_z - e \cdot v_z \cdot H_x$$

$$(1c) \quad m \cdot \dot{v}_z = e \cdot v_y \cdot H_x$$

Durch Integration erhält man hieraus die Bahnkomponenten eines im Koordinatennullpunkt die Kathode verlassenden Elektrons zu:

$$(2a) \quad x = \frac{e}{m} E \frac{H_z^2}{H_x^2 + H_z^2} \frac{t^2}{2} + E \frac{H_z^2}{\frac{e}{m} (H_x^2 + H_z^2)^2} (1 - \cos \omega t),$$

$$(2b) \quad y = E \frac{H_x}{H_x^2 + H_z^2} t - E \frac{H_x}{\frac{e}{m} (H_x^2 + H_z^2)^{3/2}} \sin \omega t$$

$$(2c) \quad z = \frac{e}{m} E \frac{H_x H_z}{H_x^2 + H_z^2} \frac{t^2}{2} - E \frac{H_x H_z}{\frac{e}{m} (H_x^2 + H_z^2)^2} (1 - \cos \omega t).$$

Aus diesen drei Gleichungen stellt sich die Elektronenbahn als zyklidenförmige Spirale dar mit dem Radius

$$R = \frac{E}{H^2 \frac{e}{m}}, \text{ deren Achse unter dem Winkel } \alpha \text{ gegen den Heiz-$$

faden geneigt ist.

Hinsichtlich einer Drehung der Elektrodenachse im Magnetfeld sind zunächst zwei Grenzfälle zu unterscheiden, nämlich:

1. Das Magnetfeld läuft koaxial, d. h. Winkel $\alpha = 0$, so daß auch H_x und $H_y = 0$ sind.

In diesem Falle wird nach Gl. 2a:

$$(3a) \quad x = R (1 - \cos \omega t),$$

und nach Gl. 2b:

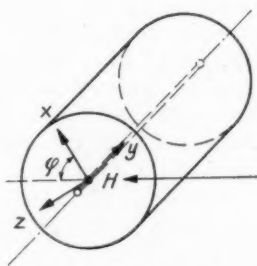
$$(3b) \quad y = R (\omega t - \sin \omega t).$$

Ersichtlich stellen die Gl. (3a und b) entsprechend der Hullschen Theorie eine Zykloide dar, die das Elektron in der $x y$ -Ebene beschreibt, während seine Bewegung in der axialen z -Richtung Null ist. Setzt man $R = r$, dem Elektrodenabstand, so ergibt sich aus Gl. (3a) die kritische Feldstärke zu:

$$H_{\text{krit.}} = \sqrt{\frac{2m}{e}} \sqrt{\frac{V}{r}}$$

was mit der von Hull angegebenen Beziehung bis auf den durch die Voraussetzung ebener Elektroden bedingten Zahlenfaktor übereinstimmt.

2. Der zweite Grenzfall ist der, daß die Röhre gegen den Fall 1 um 90 Grad geschwenkt wird, so daß Winkel $\alpha = 90^\circ$ wird, und das Magnetfeld senkrecht zur Elektrodenachse verläuft. Weil bei der zylindrischen Gestalt der Anode die den Heizfaden radial nach allen Richtungen verlassenden Elektronen wieder in ganz verschiedener Weise beeinflußt werden, sind innerhalb dieses Grenzfalls wieder verschiedene Möglichkeiten in Betracht zu ziehen, die durch eine Drehung des Koordinatensystems um den Winkel φ und zwar um die y -Achse, die nunmehr mit der Elektrodenachse zusammenfällt, zu berücksichtigen sind, wie es das Schema der Fig. 8 veranschaulicht.



Orientierung des Koordinatensystems bei senkrecht zum magnetischen Kraftfluß liegender Elektrodenachse

Fig. 8

a) Für den Winkel $\varphi = 0$, d. h. bei der Lage des elektrischen Feldvektors x in der Richtung des magnetischen Kraftflusses, wobei sich also die Elektronen mit den magnetischen Kraftlinien bewegen, ist H_y und $H_z = 0$, so daß nach Gl. (2a) gilt:

$$x = \frac{e}{m} E \frac{t^2}{2}.$$

Man erkennt, daß das Magnetfeld auf alle Elektronen dieser Bewegungsrichtung keine Einwirkung ausüben kann.

b) Für $\varphi = 90$ Grad, d. h. für alle in der Fig. 8 in der senkrechten Ebene den Heizfaden verlassende Elektronen ist H_x und $H_y = 0$, so daß man für die Elektronenbahnen wieder die Gl. (3a und b) erhält, nur daß in diesem Fall infolge der geänderten Koordinatenorientierung die Zykloidenbahnen in der Ebene des Heizfadens liegen, und die Elektronen längs des Heizfadens abgelenkt werden. Auch hier werden sie nach Überschreiten der kritischen Feldstärke am Erreichen der Anode verhindert, so daß der Fall mit der von Hull für das

konzentrische Magnetfeld des Heizstroms aufgestellten Theorie(6) identisch ist, wenn man wieder von dem durch die Voraussetzung eines linearen Potentialverlaufs abweichenden Zahlenfaktor absieht.

c) Für alle unter einem beliebigen Winkel φ austretende Elektronen ergeben sich analog den an die Gl. (2) geknüpften Betrachtungen ebenfalls zyklidenförmige Spiralbahnen, deren Achse in die horizontale Ebene der magnetischen Kraftlinien fällt. Dabei wird mit zunehmender Feldstärke der Radius der Zykloiden immer kleiner, bis schließlich im Grenzfall eines sehr starken Magnetfeldes die ganze Elektronenbewegung in die Richtung des magnetischen Kraftfeldes konzentriert wird, ohne daß sich der Betrag des Anodenstroms dabei verändert, wobei vorausgesetzt wird, daß der theoretische Grenzfall b) eines Winkels φ von 90 Grad praktisch nicht realisiert und darum zu vernachlässigen ist.

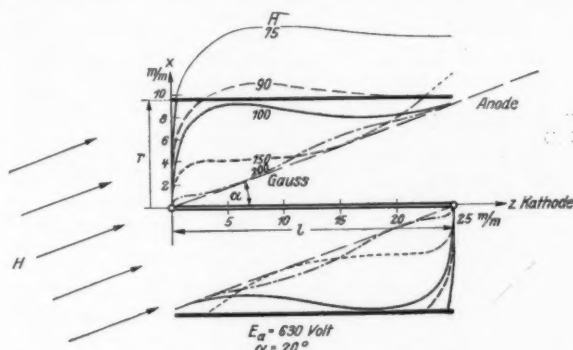
§ 4. Deutung der Versuchsergebnisse

Auf Grund der im vorhergehenden Abschnitt behandelten Elektronenbewegung lassen sich die fallenden Strombereiche der Fig. 6 und die Unstetigkeiten der Magnetronkennlinien durch die spiraligen Elektronenbahnen erklären. Dabei kommt offensichtlich für die Höhe des Anodenstroms nur die Bewegungskomponente in der x, z -Ebene, d. h. auf die Anode zu in Betracht, so daß nur die Projektionen der Spiralbahnen auf diese Ebene von Interesse sind.

Die Figg. 9 und 10 stellen nun solche unter angenähert praktischen Verhältnissen nach Gl. (2) errechnete Bahnprojektionen dar. Es liegt ihnen ein Elektrodenabstand r von 9,5 mm, eine Elektrodenlänge l von 25 mm, und ein Neigungswinkel α von 20 Grad zugrunde. Die gezeichneten Bahnen gelten für ein den Heizfaden im Koordinatennullpunkt verlassendes Elektron, wobei die Vorgänge in beiden Röhrenhälften invers spiegelbildlich kongruent sind. Weil sich jeweils in Richtung des Heizfadens die gesamte Elektronenmasse anschließt, wird der auf die Anode auftreffende Strom durch die von den dargestellten Grenzbahnen auf dem Anodenblech abgeschnittene Stücke dargestellt.

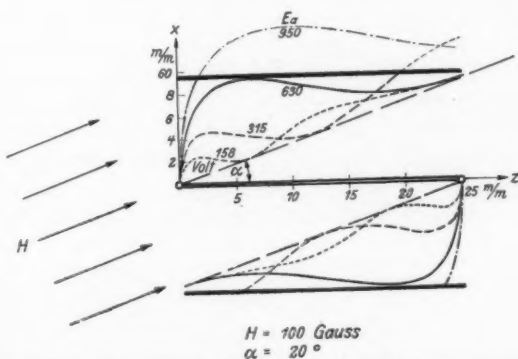
Zunächst zeigt die Fig. 9 die Elektronenbahnen bei konstantem Anodenpotential von 630 Volt und für verschiedene

magnetische Feldstärken als Parameter. Obgleich bei axialem Magnetfeld die kritische Feldstärke sich zu 90 Gauss ergibt, zeigt die dieser Feldstärke entsprechende Bahnkurve der Fig. 9



Theoretische Elektronenbahnen
für verschiedene magnetische Feldstärken als Parameter

Fig. 9



Theoretische Elektronenbahnen für verschiedene Anodenpotentiale
als Parameter bei konstantem Magnetfeld von 100 Gauss.

Fig. 10

noch einen Anodenstrom von etwa 90 Proz. des gesamten Emissionsstroms, wogegen die kritische Feldstärke durch die Drehung der Röhre auf 100 Gauss angewachsen ist. Wird die Feldstärke weiter erhöht, so erkennt man, daß der Strom

nicht gleich Null bleibt, sondern von neuem einsetzt, indem, wie es die Bahnkurve bei 150 Gauss zeigt, die Elektronen nach einer vollen Umdrehung auf ihren Spiralbahnen wieder auf den äußeren Rand des Anodenblechs aufprallen. Bei 200 Gauss ist auch dieser Strombereich wieder verschwunden. Weitere Maxima, die zwar nach dieser Darstellung zu erwarten wären, indem sich der Vorgang nach jeweils vollen Umläufen der Elektronen wiederholt, konnten jedoch experimentell nicht nachgewiesen werden, sei es, daß die dazu erforderliche genaue Justierung der Elektroden praktisch nicht durchzuführen ist, sei es, daß die Bereiche höherer Ordnungszahl an sich oder wegen der Feldverzerrungen am Rand der Anode zu klein werden.

Finden durch diese Betrachtungen die Einsattelungen in den Magnetronekennlinien eine einfache Erklärung, so liegen die Verhältnisse bei den Widerstandskennlinien natürlich vollkommen analog. Dementsprechend zeigt die Fig. 10 die Elektronenbahnen bei konstantem Magnetfeld aber für verschiedene Anodenspannungen als Parameter. Hier ziehen sich die Elektronenspiralen mit abnehmender Voltgeschwindigkeit zusammen, wobei bei einer Spannung von 630 und 158 Volt der Anodenstrom den Wert Null durchläuft, während er dazwischen ein Maximum erreicht, wodurch sich auch die Bereiche negativen Widerstands in den Stromspannungscharakteristiken eindeutig erklären lassen. Praktisch fällt der Strom bei den zylindrischen Dioden freilich nicht auf Null ab, weil zu den vorliegenden Bewegungskomponenten in der Horizontalebene des Magnetfeldes noch die Stromkomponenten der gemäß Fig. 8 hierzu geneigten Radialbahnen hinzukommen.

Eine experimentelle Bestätigung der vorstehenden Theorie ergibt sich, wenn die Röhre so stark belastet wird, daß der Anodenzyylinder zum Glühen kommt. Beim Einschalten des Magnetfeldes tritt dann eine starke Lokalisierung der Erhitzung ein, so daß auf dem Anodenblech die Fußpunkte der Elektronenbahnen als helleuchtende Stellen sichtbar werden. Bei Änderung der magnetischen Feldintensität wandern diese Fußpunkte über den Anodenzyylinder hin, und zeigen so augenscheinlich die spiralförmige Aufwicklung der Elektronenbahnen auf die magnetischen Kraftlinien. Die Fig. 11 sucht diese Erscheinung im Lichtbild wiederzugeben; sie wurde bei einer bestimmten

Feldstärke aufgenommen, bei welcher in jeder Röhrenhälfte noch zwei getrennte Fußpunkte auftraten, von denen der mit *a* bezeichnete Leuchtfleck den Spiralbahnen entspricht, was dadurch erwiesen wird, daß er sich schraubenförmig über den Anodenzylinder bewegt, während der zweite Fleck *b* sich von oben nach unten her am Rande der Anode zusammenzieht, und daher offenbar durch die unter den verschiedenen Winkeln geneigten Bahnkomponenten verursacht wird. Wird das Magnetfeld über den der Fig. 11 zugrunde liegenden Betrag gesteigert, so laufen beide Fußpunkte zusammen, und schließlich über den Rand der Anode hinaus, in welchem Moment der Anodenstrom auf Null absinkt. Freilich sind die erneut einsetzenden Strombereiche nach dem vollen Umlauf der Elektronen zu gering, um auf diese Weise an einer Rückbewegung der Glühzentren erkannt zu werden.

Wird schließlich die Röhre stärker gegen das Magnetfeld gedreht, so tritt die Leuchterscheinung *b* immer mehr hervor, bis bei senkrechter Stellung der Elektroden im Feld, dem Grenzfall 2 des Abschnitts 3 entsprechend, die ganze Emission sich in der horizontalen *X, Z*-Ebene konzentriert, so daß auf dem Anodenzylinder nur noch zwei schmale Streifen in axialer Richtung zum Glühen kommen. Infolge

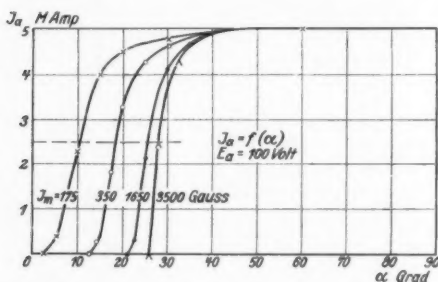


Lokale Erhitzung des Anodenzylinders
an den Fußpunkten der Elektronenbahnen

Fig. 11

störender Lichtreflexionen an den Glaswandungen war diese Erscheinung photographisch nicht einwandfrei wiederzugeben.

Wird die Röhre in einem über der kritischen Feldstärke liegenden Magnetfeld aus ihrer axialen Richtung langsam heraus gedreht, so setzt der Anodenstrom bei einem bestimmten Winkel $\alpha_{\text{krit.}}$ ein, um allmählich den Sättigungswert zu erreichen, wobei der Winkel $\alpha_{\text{krit.}}$ um so größer wird, je stärker das Magnetfeld ist. Auf diese Weise ergeben sich die in der Fig. 12 dargestellten Kurven. Infolge der immer stärkeren Bündelung der Elektronenstrahlen wird auch der Stromanstieg



Ansteigen des Anodenstroms mit zunehmendem Neigungswinkel und verschiedenen magnetischen Feldstärken als Parameter

Fig. 12

immer steiler, doch ergibt sich schließlich ein Grenzwinkel α_0 , oberhalb dessen der Strom auch durch ein noch so starkes Feld nicht mehr auf Null herabzudrücken ist. Geht man von der Voraussetzung aus, daß für den halben Emissionsstrom die von der Mitte des Glühfadens ausgehenden Elektronen maßgebend sind, so bestimmt sich dieser Grenzwinkel α_0 aus einer einfachen geometrischen Betrachtung durch die Dimensionen der Elektroden nach folgender Beziehung:

$$\text{tg } \alpha_0 = \frac{r}{2 \cdot l}$$

was bei der vorliegenden Röhre DA 08 10 einen Wert von 27° ergibt. Dieser Betrag stimmt mit dem der Kurve IV der Fig. 12 für ein Magnetfeld von 3500 Gauss entnommenen Winkel von 28 Grad in einem in Hinblick auf die begrenzte Genauigkeit der Justierung der Elektroden sowie auf die Randverzerrungen des elektrischen Feldes befriedigendem Maße überein. Bei Elektroden, deren Länge von der Größenordnung ihres Durchmessers ist, machen sich allerdings stärkere Abweichungen bemerkbar.

ergibt sich schließlich ein Grenzwinkel α_0 , oberhalb dessen der Strom auch durch ein noch so starkes Feld nicht mehr auf Null herabzudrücken ist. Geht man von der Voraussetzung aus, daß für den halben Emissionsstrom die von der Mitte des Glühfadens ausgehenden Elektronen maßgebend sind, so bestimmt sich dieser Grenzwinkel α_0 aus einer einfachen geometrischen Betrachtung durch die Dimensionen der Elektroden nach folgender Beziehung:

Es liegt nahe, die in den Figg. 9 und 10 dargestellten idealisierten Elektrodenanordnungen auch praktisch zu verwirklichen, um die Bereiche negativen Widerstands zu vergrößern und die Röhre zur Schwingungsanfachung brauchbarer zu gestalten. Dies läßt sich erreichen, indem der Heizfaden zwischen den dargestellten ebenen Elektroden nicht in der z -Achse, sondern in der y -Richtung senkrecht zur Zeichenebene gespannt wird, so daß er in der Projektion punktförmig erscheint, und die Projektionen der Elektronenbahnen tatsächlich exakt der Darstellung der Figg. 9 und 10 entsprechen. Die in dieser Richtung bisher angestellten Versuche ergaben jedoch nicht das erwartete Resultat, indem die fallenden Kennliniensteile nicht stärker als bei der Zylinderdiode ausgebildet waren. Die Ursache dürfte einmal in den starken Inhomogenitäten des elektrischen Feldes am Rand der ebenen Elektroden, die besonders an der Seite des austretenden Elektronenstrahls den Effekt vernichten können, zum anderen aber in der bei den theoretischen Betrachtungen außer acht gelassenen Raumladung liegen. Ob es möglich ist, durch hinreichend überdimensionierte Elektroden und durch Schirmelektroden am Austrittsrand das elektrische Feld genügend homogen zu gestalten, und sich dadurch den theoretischen Verhältnissen zu nähern, muß infolgedessen als zweifelhaft erscheinen.

Es sei schließlich noch darauf hingewiesen, daß die Ursache der vorliegenden Erscheinungen im Prinzip mit dem bekannten Habannengenerator (7) übereinstimmen, nur daß bei diesem der Elektronenbewegung durch mehrere getrennte magnetische oder elektrische Hilfsfelder der geforderte Verlauf erteilt wird. Denkt man sich im vorliegenden Fall das geneigte Magnetfeld durch seine beiden Komponenten H_x und H_y ersetzt, so tritt die prinzipielle Übereinstimmung beider Vorgänge am sinnfälligsten in Erscheinung.

§ 5. Die Schwingungsbereiche der Magnetrondiode mit negativem Widerstand

Wird an die Röhrenelektroden ein abstimmbares Paralleldrahtsystem angeschlossen und im Zusammenhang mit den Magnetronkennlinien das Auftreten von kurzwelligen Schwingungen beobachtet, so zeigt sich, daß dieselben gänzlich unabhängig von den Einsattelungen der Kennlinien einsetzen,

und zwar, wie es auch von anderen Autoren angegeben wird (a. a. O.), unmittelbar nach Überschreiten der kritischen Feldstärke. In den weitaus meisten Fällen waren die Schwingungen beim Erscheinen der Einsattelungen bereits wieder verschwunden. Die ultrafrequenten Schwingbereiche von Wellenlängen zwischen 0,5 und 1,5 m zeigten sich zudem unabhängig von einer Verstimmung des äußeren Abstimmsystems und sind infolgedessen als reine Elektronenschwingungen aufzufassen; keinesfalls werden sie aber durch eine Anfachung des Abstimmsystems durch die negativen Magnetronwiderstände verursacht. Trotzdem wurde die Angabe von Slutzkin und Steinberg, daß die Energie der Elektronenschwingungen bei einer geringen Drehung der Röhre im Magnetfeld ein Maximum erreicht, bestätigt gefunden, wofür eine Erklärung allerdings noch nicht gegeben werden kann.

Versuche, durch die fallenden Charakteristiken ein Abstimmsystem bis zu etwa 3 m Eigenwelle anzufachen, schlugen fehl, während längere Wellen bis herunter zu etwa 20 m noch erregt werden konnten. Es ist daraus zu schließen, daß der dynamische negative Magnetronwiderstand im Bereich von Meterwellen nicht mehr erhalten bleibt. Dies ist auf Grund der längeren Verweilzeit der Elektronen auf ihren Spiralbahnen leicht einzusehen. Während sich nämlich für die obigen Elektronenabmessungen eine Laufzeit der Elektronen von etwa $1,3 \cdot 10^{-9}$ sec ergibt, was von der Größenordnung der Halbperiode einer 1 m-Welle ist, erhält man für die den negativen Widerstand in Fig. 10 verursachende Elektronenbahn bei einer Anodenspannung von 400 Volt aus Gl. (2a) für $x = r$ eine Verweilzeit von 4,3 sec, d. h. etwa das 3,5fache der direkten Elektronenlaufzeit zur Anode. Aus diesem Grunde kehrt die negative Steilheit der dynamischen Stromspannungscharakteristik bei einer Welle von 3,5 m ihr Vorzeichen um, so daß dieselbe nicht mehr angefacht werden kann. Da aber praktisch die Phasenverschiebung durch die endliche Elektronenlaufzeit vernachlässigbar gering sein soll, so folgt daraus für die tatsächliche Grenzwellenlänge eine weitaus größere Länge. Wären die theoretisch zu erwartenden Widerstandsbereiche höherer Ordnung noch praktisch zu erhalten, so müßten sie eine im Verhältnis ihrer Ordnungszahl zunehmende Trägheit und dementsprechend zunehmende Grenzwellenlängen aufweisen.

Zusammenfassung

Die Magnetronkennlinien einer Diode, die sich in einem senkrecht zum elektrischen Feldvektor gerichteten Magnetfeld befindet, zeigen bei Anwesenheit von Gasresten einen von der Theorie abweichenden Verlauf, der durch eine Rückheizung des Glühfadens infolge Bombardements positiver Gasionen verursacht wird. Der hierbei auftretende negative Widerstand der Magnetrondiode ist wegen der Trägheit dieses Rückheizungseffektes nicht zur Erzeugung hochfrequenter Schwingungen geeignet.

Wird das Magnetfeld gegen die elektrische Feldrichtung geneigt, so zeigen sich weitere Anomalien der Magnetronkennlinien, welche auch bei äußerstem Hochvakuum erhalten bleiben, und innerhalb begrenzter Bereiche den inneren Widerstand des Magnetrons ebenfalls negativ werden lassen, durch den jedoch Hochfrequenzschwingungen angefacht werden können. Die theoretischen Betrachtungen ergeben für die vorstehende Orientierung der Röhre im Magnetfeld, daß die Elektronen Spiralbahnen beschreiben, auf Grund deren sich die Anomalien auf ein Einschneiden der Spiralgänge in den Rand des Anodenblechs zurückführen lassen. Das Prinzip ist mit dem bekannten Habanngenerator identisch, nur daß bei diesem der Elektronenbewegung durch getrennte elektrische und magnetische Hilfsfelder der gewünschte Verlauf erteilt wird.

Es zeigt sich, daß die ultrakurzwelligigen Elektronenschwingungen des Magnetrons unabhängig von den Bereichen negativen Widerstands auftreten. Aus der längeren Laufzeit der Elektronen auf ihren Spiralbahnen resultiert eine unterhalb der Elektronenschwingungen liegende Frequenzgrenze, an der die dynamische Stromspannungscharakteristik invertiert. Die Angaben von Slutzkin und Steinberg, daß die Energie der Elektronenschwingungen bei einer Neigung der Röhre im Magnetfeld zunimmt, wird unabhängig von den vorstehenden Anomalien bestätigt gefunden.

Die Arbeit wurde ausgeführt mit Unterstützung der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, der ich zu großem Dank verpflichtet bin. Ferner möchte ich Hrn. Präsident Prof. Dr. K. W. Wagner für sein ständiges Wohlwollen und die Überlassung der Hilfsmittel und Einrichtungen seines Instituts auch an dieser Stelle herzlichst danken.

Literatur

- 1) A. Hull, Phys. Rev. 18. S. 31. 1921; 23. S. 112. 1924.
- 2) H. Yagi, Proc. Inst. Radio Eng. 16. S. 715. 1928. K. Okabe, Journ. Inst. El. Eng. Japan. 1928. S. 284; Techn. Rep. Tohoku Imp. Un. 7. S. 241. 1928; Proc. Inst. Radio Eng. 16. S. 715. 1928; ebenda 18. S. 1748. 1930.
- 3) A. Zacek, Cas pro pest. meth. 53. S. 378. 1923; Jahrb. d. drahtl. Tel. 32. S. 172. 1928.
- 4) I. Ranzi, Lincei Rend. 9. S. 652. 1929; Nuovo Cim. 6. S. 249 und 310. 1929.
- 5) A. Slutzkin und D. Steinberg, Ukr. Phys. Abh. 1. S. 22. 1929; Ann. d. Phys. 1. S. 658. 1929.
- 6) A. Hull, Phys. Rev. 25. S. 645. 1925.
- 7) E. Habann, Jahrb. d. drahtl. Tel. 24. S. 115 und 135. 1924.

Berlin, Heinrich-Hertz Institut für Schwingungsforschung,
Januar 1931.

(Eingegangen 4. Februar 1931)

Ü
de

cher
Meth
Aus
Feld
Kor
klein
groß
noch
Aus
über
Ges
tech
Weg
Ges
Meß
legu
Sch
ben
die
exp
such
gesu
mit
Ver
Kat

E. V

Über die Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons aus Geschwindigkeitsmessungen

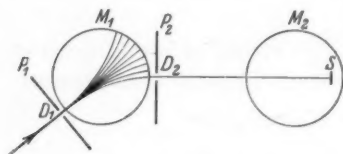
Von Fritz Kirchner

(Mit 8 Figuren)

Die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen ist von Wiechert zum ersten Male direkt gemessen worden mit einer Methode, die von Des Coudres angegeben worden war.¹⁾ Aus den Ablenkungsmessungen in elektrischen und magnetischen Feldern hatte man für die in den Kathodenstrahlen bewegten Korpuskeln auf Geschwindigkeiten geschlossen, die nicht viel kleiner als die Lichtgeschwindigkeit sein sollten. Da solche enorm große Geschwindigkeiten für bewegte Materieteilchen damals noch nicht bekannt waren, schien es zur Prüfung der bei der Auswertung der Ablenkungsmessungen gemachten Annahmen über die Natur der Kathodenstrahlteilchen notwendig, ihre Geschwindigkeit direkt zu messen. Nun kann man aus technischen Gründen die Kathodenstrahlen keine sehr großen Wege durchlaufen lassen; es bleibt also, wenn man ihre große Geschwindigkeit messen will, nichts anderes übrig, als die Meßzeit möglichst klein zu machen. Auf Grund solcher Überlegungen kam Des Coudres auf die Idee, als Meßzeit die Schwingungsdauer einer schnellen Hertzschen Schwingung zu benutzen, die ja bei geeignet gewähltem Oszillator leicht auf die Größenordnung 10^{-6} — 10^{-8} sec reduziert werden kann. Die experimentelle Durchführung des damals sehr schwierigen Versuchs ist aber erst E. Wiechert so weit gelungen, daß er die gesuchte Geschwindigkeit wenigstens der Größenordnung nach mit Sicherheit angeben konnte. Die von Wiechert benutzte Versuchsanordnung ist in Fig. 1 schematisch dargestellt. Ein Kathodenstrahl tritt bei D_1 in das senkrecht zur Zeichenebene

1) Th. des Coudres, Verh. d. Phys. Ges. Berlin 14. S. 157. 1897;
E. Wiechert, Ann. d. Phys. 69. S. 739. 1899.

verlaufende Magnetfeld M_1 ; der am weitesten nach rechts abgelenkte Teil läuft durch D_2 weiter in das Magnetfeld M_2 . M_1 und M_2 bestanden aus je einer Drahtwindung und waren gemeinsam an einen Hertzschen Oszillator gelegt. Während



Prinzip der Geschwindigkeitsmessung
Wiecherts

Fig. 1

sich die Elektronen von M_1 nach M_2 bewegen, schreitet die Schwingung fort; infolgedessen verläuft die magnetische Ablenkung in M_2 anders als in M_1 . Der Sinn der Ablenkung läßt sich als Funktion des Abstandes $M_1 M_2$ mit Hilfe des Leuchtschirms S feststellen.

Da die Wiechertschen Geschwindigkeitsmessungen praktisch das gleiche Resultat geliefert hatten wie die Berechnung aus der magnetischen und elektrischen Ablenkung, aber bei weitem nicht die Genauigkeit der Ablenkungsmessungen erreichen konnten, geriet die Methode über 25 Jahre fast in Vergessenheit. Ein vereinzelter Versuch, die Methode durch Ablenkung in zwei zueinander senkrechten Richtungen zu verbessern¹⁾, scheint zu keinem positiven Resultat geführt zu haben; jedenfalls ist nichts darüber bekanntgeworden. Eine wesentliche Verbesserung der alten Wiechertschen Meßmethode bzw. ihre Ausgestaltung zu einer Präzisionsmethode, gelang erst im Jahre 1923 durch Anwendung einer Nullmethode²⁾; diese Nullmethode, seitdem vom Verf. mehrfach zur Demonstration in der Vorlesung benutzt, ist neuerdings außer vom Verf. auch von Perry und Chaffee (vgl. S. 1004) zu einer neuen e/m -Bestimmung verwendet worden.

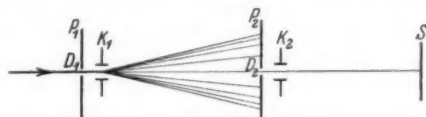
Der Ausbau der Methode ging folgendermaßen vor sich: Zunächst wurde die Gasentladung von Wiechert durch eine Glühkathodenentladung im Hochvakuum ersetzt; dadurch wurde es möglich, statt der magnetischen Ablenkung mit ihrer schlecht definierten Meßstrecke die viel besser definierte elek-

1) E. L. Chaffee, Phys. Rev. **34**, S. 474. 1912 (kurzer Bericht; die Arbeiten von Des Coudres und Wiechert scheinen dem Verf. nicht bekannt gewesen zu sein und sind darin nicht zitiert).

2) F. Kirchner, Phys. Ztschr. **25**, S. 302. 1924.

trische Ablenkung mittels eingebauter Plattenkondensatoren zu verwenden. Ferner lag es natürlich nahe, an Stelle der gedämpften durch Funken angeregten Schwingung, die nur während sehr kurzer Zeiten wirksam ist, die ungedämpften Schwingungen eines Röhrenders zu benutzen, die eine dauernde Hin- und Her-Ablenkung des Elektronenbündels gestatten; diese zweite technische Verbesserung gestattete ihrerseits wieder die Ersetzung der stoßweisen Beschleunigungsspannung¹⁾ durch eine scharf definierte, zeitlich konstante Beschleunigungsspannung für die Kathodenstrahlen. Das Prinzip der Nullmethode ist schließlich das folgende: Ein eng ausgeblendetes, d. h. möglichst weitgehend paralleles Kathodenstrahlbündel von einheitlicher Geschwindigkeit tritt (vgl. Fig. 2) im feldfreien Raum

durch das Diaphragma D_1 in den Kondensator K_1 , an dem ein schnell wechselndes elektrisches Feld liegt. Der Kathodenstrahl wird infolgedessen sehr rasch ab-



Nullmethode zur Geschwindigkeitsmessung

Fig. 2

wechselnd nach oben und unten abgelenkt; auf einem an der Stelle P_2 in den Strahlweg eingeschobenen Leuchtschirm erscheint dann kein scharfes Bild des Diaphragmas D_1 mehr, sondern ein — je nach der Feldstärke bei K_1 — mehr oder weniger breites Band, dessen einzelne Teile natürlich vom Strahl *nacheinander* durchlaufen werden. Bringt man jetzt in der Platte P_2 ein Diaphragma D_2 an der Stelle an, wo der unabgelenkte Kathodenstrahl die Platte trifft, so tritt — da das Diaphragma nach jeder halben Periode einmal vom Strahl überstrichen wird — nach jeder halben Periode (bei Wiechert erst nach jeder vollen Periode!) ein kurzer Stromstoß durch die Blende hindurch. Diese Stromstöße läßt man nun durch einen zweiten Kondensator K_2 hindurchgehen, an dem das gleiche Wechselfeld liegt wie an K_1 . Die durch das Diaphragma D_2 hindurchtretenden Elektronen haben den Kondensator K_1 passiert, während an diesem die elektrische Feldstärke Null

1) Wiechert benutzte dieselbe Teslaentladung, die die Hertzschcn Schwingungen anregte, auch zur Beschleunigung der Kathodenstrahlen.

herrsche. Die Schwingungsphase sei an beiden Kondensatoren gleich; auch am Kondensator K_2 herrsche demnach zur Zeit des Durchgangs der Elektronen durch K_1 jedesmal die Feldstärke Null. Während der Zeit, die zwischen dem Durchgang durch K_1 und der Ankunft der Elektronen in K_2 verstreicht, ändert sich aber die Feldstärke in beiden Kondensatoren; ist z. B. die Flugzeit der Elektronen gleich einer Viertelschwingungsdauer, so herrscht bei der Ankunft der Elektronen in K_2 hier gerade die maximale elektrische Feldstärke — und zwar abwechselnd mit positivem und negativem Vorzeichen —, so daß die ankommenden Elektronen abwechselnd nach beiden Seiten sehr stark abgelenkt werden. Man erhält infolgedessen auf einem bei S angebrachten Leuchtschirm zwei sehr weit voneinander abgelenkte Bilder des Diaphragmas D_2 . (Dieser Fall entspricht dem Versuch von Wiechert.) Ist die Flugzeit kleiner oder größer als $T/4$, so nimmt die Ablenkung der beiden Bilder ab; ist schließlich die Flugzeit genau gleich einer halben Schwingungsdauer oder gleich einem ganzen Vielfachen davon, so wird die Ablenkung Null, d. h. so fallen die beiden Bilder exakt zusammen. Wenn man also z. B. die Frequenz ν der Schwingung konstant hält, kann man durch Veränderung der Beschleunigungsspannung die Geschwindigkeit v der Elektronen so lange verändern, bis die beiden Ablenkungsbilder genau zusammenfallen; ist dies der Fall, so ist die Geschwindigkeit aus dem Flugweg (= Abstand s der beiden Kondensatoren) und der Flugzeit $\left(= \frac{T}{2}, \frac{2T}{2}, \frac{3T}{2} \text{ usw.} \right)$ sofort gegeben:

$$\underline{v = \frac{s}{t} = \frac{s}{n \cdot \frac{T}{2}} = \frac{2\nu s}{n}}.$$

Kombiniert man dann diese Geschwindigkeitsmessung noch mit einer Spannungsmessung, so liefert die Energiegleichung sofort die gesuchte spezifische Ladung zu

$$\frac{e}{m} = \frac{v^2}{2P}.$$

Die Einstellungsschärfe auf die richtige Geschwindigkeit ist sehr groß; wir wollen, um ein quantitatives Maß für die Einstellschärfe und damit für die Leistungsfähigkeit der Methode zu gewinnen, das „Auflösungsvermögen“ $v/\Delta v$ der Anordnung

berechnen. (Der Begriff „Auflösungsvermögen“ ist in leicht verständlicher Analogie zum spektroskopischen Auflösungsvermögen gebildet; die Größe Δv bedeutet also denjenigen Geschwindigkeitsunterschied, den man mit unserem Geschwindigkeitsmeßapparat gerade noch experimentell feststellen kann!) Wir nehmen an, die Kreisfrequenz

$$\omega = 2\pi\nu$$

der Schwingung und der Abstand s der Kondensatoren seien so gewählt, daß Elektronen mit der Geschwindigkeit v den Kondensator K_2 gerade ohne Ablenkung passieren. Unsere Aufgabe besteht dann darin, ein Δv so zu ermitteln, daß Elektronen mit der Geschwindigkeit $v + \Delta v$ auf dem Leuchtschirm S um einen gerade noch merkbaren Betrag Δl abgelenkt werden. Der Abstand des Leuchtschirms vom Kondensator K_2 sei s' ; dann entspricht der beobachtbaren Ablenkung Δa auf dem Leuchtschirm ein Ablenkungswinkel des Strahls

$$\alpha = \frac{\Delta a}{s'}.$$

Andererseits verursacht eine Änderung Δv der Geschwindigkeit v infolge des Abstandes s der beiden Kondensatoren eine Änderung Δt des Zeitpunkts, in dem die Elektronen in K_2 eintreffen, welche gegeben ist durch:

$$\Delta t = \Delta\left(\frac{s}{v}\right) = -\frac{s}{v^2} \Delta v.$$

Wir wollen ein Koordinatensystem x, y mit seinem Anfangspunkt in die Mitte des zweiten Kondensators legen und zwar so, daß die x -Richtung parallel zur Bewegungsrichtung der Elektronen und die y -Richtung parallel zur Richtung der elektrischen Kraftlinien des Kondensators liegen. Die Länge des Kondensators sei l ; die Elektronen mögen stets parallel zur x -Richtung in den Kondensator eintreten, d. h. $\dot{x} = v$; $\dot{y} = 0$ für $x = -\frac{l}{2}$.

Die Elektronen mit der Geschwindigkeit v sollen den Kondensator K_2 ohne Richtungsänderung passieren¹⁾, d. h. $\dot{x} = v$; $\dot{y} = 0$ auch für $x = +\frac{l}{2}$.

1) Von der kleinen Parallelverschiebung, die die ohne Richtungsänderung passierten Elektronen erleiden, sehen wir hier ab, da sie für die oben behandelte Frage belanglos ist; wir werden aber auf diese Parallelverschiebung bei der Diskussion der Fehlerquellen (S. 996) zurückkommen.

Dies ist offenbar dann der Fall, wenn die Feldstärke

$$|\mathcal{E}| = E_y = E_0 \sin \omega t$$

gerade zu dem Zeitpunkt durch Null geht, in dem sich die Elektronen in der Mitte des Kondensators befinden. Da die Zeit t , während der die Elektronen sich im Kondensator befinden, klein gegenüber der Schwingungsdauer ist, können wir vereinfacht schreiben:

$$E = E_0 \omega t.$$

Infolgedessen gilt für die y -Komponente der Bewegung der Elektronen im Kondensator die Gleichung:

$$m \ddot{y} = e E = e E_0 \omega t.$$

Da für $x = -\frac{l}{2}$, oder da $\dot{x} = v$, für $t = -\frac{l}{2v}$ stets $\dot{y} = 0$ sein soll, ergibt sich durch Integration

$$\dot{y} = \frac{e}{m} \frac{E_0 \omega}{2} \left(t^2 - \frac{l^2}{4v^2} \right);$$

d. h. $\dot{y} = 0$ auch für $x = +\frac{l}{2}$ (keine Richtungsänderung), wie oben schon vorausgenommen war. Betrachten wir jetzt die Elektronen mit der Geschwindigkeit $v + \Delta v$, so haben wir zu berücksichtigen, daß diese Elektronen um den Zeitbetrag

$$|\Delta t| = \frac{s}{v^2} \Delta v$$

früher die Mitte des Kondensators passieren. Die Bewegungsgleichung für die Elektronen ($v + \Delta v$) ist also zu schreiben:

$$m \ddot{y} = e E_0 \omega (t + \Delta t) = e E_0 \omega \left(t - \frac{s}{v^2} \Delta v \right).$$

Da Δv einen bestimmten Geschwindigkeitsunterschied darstellt, erhalten wir jetzt durch Integration bei Berücksichtigung der Anfangsbedingung:

$$\begin{aligned} \dot{y} = 0 \text{ für } x = -\frac{l}{2}, \text{ d. h. für } t = -\frac{l}{2(v + \Delta v)} \\ \dot{y} = \frac{e}{m} E_0 \omega \left\{ \frac{1}{2} \left[t^2 - \left(\frac{l}{2(v + \Delta v)} \right)^2 \right] \right. \\ \left. - \frac{s}{v^2} \Delta v \left[t + \frac{l}{2(v + \Delta v)} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Beim Verlassen des Kondensators ($x = +\frac{l}{2}$) haben wir jetzt $t = \frac{l}{2(v + \Delta v)}$ zu setzen; wir erhalten also:

$$\begin{aligned} \dot{y}_{x=+\frac{l}{2}} &= \frac{e}{m} E_0 \omega \left(-\frac{ls \Delta v}{v^3} \right) \\ &= -\frac{e}{m} E_0 \omega \frac{ls \Delta v}{v^3}. \end{aligned}$$

Andererseits ist $\dot{x} = v$; wir erhalten also die Richtungsänderung $\Delta \alpha$ der Elektronen $v + \Delta v$:

$$\Delta \alpha = \frac{dy}{dx} = \left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}} \right)_{x=+\frac{l}{2}} = -\frac{e}{m} E_0 \omega \frac{ls \Delta v}{v^4}.$$

Daraus ergibt sich schließlich für das Auflösungsvermögen:

$$\frac{v}{\Delta v} = \frac{\frac{e}{m} E_0 \omega l s^2}{\Delta \alpha v^3} = \frac{\frac{e}{m} E_0 \omega l s s'}{\Delta \alpha v^3}.$$

Daraus können wir sofort sehen, auf welche Weise sich die Genauigkeit der Methode steigern läßt. Am wirksamsten würde man die Empfindlichkeit der Methode dadurch vergrößern, daß man die Geschwindigkeit v möglichst klein wählt; leider ist in dieser Richtung aber eine Grenze gesetzt durch die Unsicherheit des Kontaktpotentials (vgl. S. 1001). Auch bezüglich der Länge l der Kondensatoren besteht natürlich eine Einschränkung; denn wenn l vergleichbar mit dem Abstand s wird, macht sich außer der für die Messung verwendeten Richtungsänderung auch noch eine Parallelverschiebung des Strahls in Richtung der Kondensatorkraftlinien bemerkbar, welche die Messung stört (vgl. S. 996).

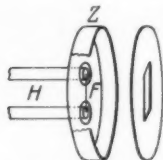
Die Versuchsanordnung

A. Entladungsröhre

Für die Geschwindigkeitsmessung habe ich ein 125 cm langes Messingrohr von 6 cm lichter Weite benutzt, das mittels Messingschrauben auf einen drehbaren Holzrahmen aufmontiert wurde. Die beiden Ablenkungskondensatoren bestanden aus Messingplatten von 3 cm Länge, 1 cm Höhe und 1 cm gegen-

1) Diese Formel für das Auflösungsvermögen wurde schon früher (Phys. Ztschr. 30. S. 774. 1929) angegeben.

seitigem Abstand. Die zur Ausblendung des Strahls dienenden Diaphragmen bestanden ebenfalls aus Messing und besaßen je einen Spalt von 0,2—0,5 mm Durchmesser; ihre gegen-
seitige Anordnung geht aus Fig. 2 hervor. Die eigentliche Entladungsröhre, in Fig. 3 schematisch gezeichnet, bestand aus zwei in etwa 3 cm Abstand sich gegenüberstehenden dünnen, kreisrund geschnittenen Eisenscheiben von 3 cm Durchmesser,



Kathode und Anode
der Entladungsröhre

Fig. 3

zwischen denen ein die Kathodenstrahlen beschleunigendes Potentialgefälle angelegt wurde. Die Kathodenstrahlen wurden von einem glühenden Wolframdraht *F* von 0,15 mm Durchmesser und etwa 7 mm Länge geliefert. Der Wolframdraht, der nahezu in der Ebene der Kathodenplatte und in der Achse des Rohres lag, war auf beiden Seiten in 3 mm dicke Halter *H* eingeklemmt, die gleichzeitig zur Heizstromführung dienten; wegen der starken Wärmeableitung an den Enden glühte nur ein sehr kurzes Stück in der Mitte des Drahtes, so daß man es praktisch mit einer Äquipotentialkathode zu tun hatte. Der gesamte Potentialabfall am Glühdraht war übrigens bei 2 mA Gesamtstrom nur 1,52 Volt. Zur besseren Fokussierung des Strahls und zur Vermeidung von Wandladungsstörungen war die Kathodenplatte noch mit einem Eisenblechzylinder *Z* so umgeben, daß zwischen Zylinder und Anodenplatte nur noch wenige Millimeter freiblieben. Die Anodenplatte besaß dem Glühfaden gegenüber einen rechteckigen Ausschnitt von 10·2 mm, durch den die Kathodenstrahlen hindurchtreten konnten. Zwischen dem Glasrohr, das die Kathode trug, und dem langen Messingrohr war ein bewegliches, 4 cm weites Tombakrohr eingeschoben, mittels dessen die Kathode während des Betriebs so verschoben werden konnte, daß die Strahlen axial in das Messingrohr eintraten. Die störende magnetische Wirkung des Heizstroms wurde durch zwei in Höhe der Kathode und mit ihrer Achse senkrecht zur Strahlrichtung angebrachte Spulen eliminiert. Auf das entgegengesetzte Ende des Messingrohrs wurde eine mit einem Zinksulfid-Leuchtschirm versehene Glasplatte aufgekittet. Eine störende Aufladung des Leuchtschirms machte sich nicht bemerkbar. (Von dem gesamten Röhrenstrom, der bei den Versuchen maximal 2 mA

betrug, gelangte wegen der starken Ausblendung nur ein äußerst geringer Bruchteil¹⁾ auf den Leuchtschirm.) Um die störende Wirkung des erdmagnetischen Feldes zu beseitigen, wurde das ganze Entladungsrohr mittels eines Inklinatoriums so aufgestellt, daß der Kathodenstrahl parallel zur Richtung des erdmagnetischen Feldes verlief.

Da sich bei früheren Demonstrationsversuchen geringe Gas- bzw. Dampfreste störend bemerkbar gemacht hatten²⁾, wurde auf eine möglichst sorgfältige Evakuation besonders geachtet. Unmittelbar an das Messingrohr, in dem der Kathodenstrahl verlief, waren drei kurze, aber weite Rohre so angesetzt, daß jedes der drei durch enge Blenden getrennten Räume ein Rohr erhielt; alle 3 Rohre führten in ein parallel zur Entladungsröhre verlaufendes, 4 cm weites Messingrohr, in dessen oberes Ende die 2,5 cm weite Glaszuleitung zur 3-stufigen Stahlpumpe nach Gaede eingekittet war. Zwischen Pumpe und Entladungsröhre war zur Fernhaltung des Quecksilberdampfes eine Kühlfalle eingeschaltet, die in ein mit flüssiger Luft gefülltes Dewargefäß tauchte. Zur Druckmessung wurde ein MeLeodmanometer mit 500 cm³ Inhalt verwendet, an dem Bruchteile von $\frac{1}{10000}$ mm Hg noch zuverlässig abgelesen werden konnten. Nachdem das Rohr einige Zeit in Betrieb gewesen war, stieg der Druck auch während der Messungen nicht mehr über $3 \cdot 10^{-5}$ mm Hg.

Der Abstand von Mitte zu Mitte der beiden Kondensatoren wurde nach dem Aufzeilen des langen Messingrohrs mit einem Kathetometer gemessen. Die vier einander entsprechenden Abstände (oberer Rand und unterer Rand von rechter und linker Kondensatorplatte) unterschieden sich nur um wenige Hundertstelmillimeter. Als Mittel aus einer Reihe von unabhängigen Messungen ergab sich der gesuchte Abstand zu

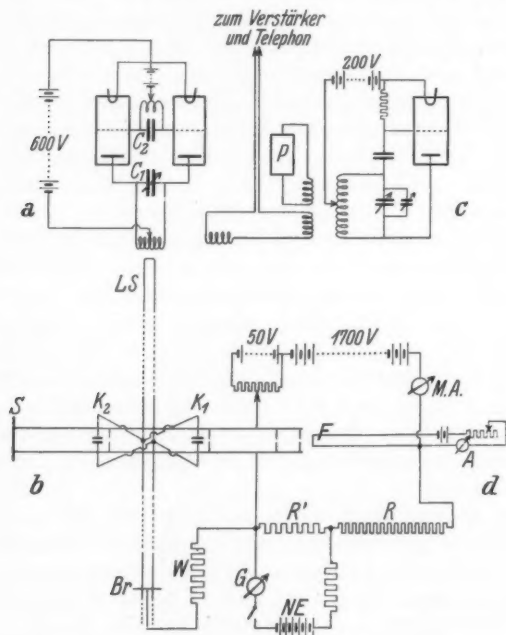
$$s = 503,46 \text{ mm.}$$

B. Die Meßschwingung

Die zur Geschwindigkeitsmessung verwendeten ungedämpften Schwingungen wurden mittels zweier Senderöhren (Type RS 55) erzeugt. Die benutzte Schaltung (Fig. 4a) war

- 1) Nach vorsichtiger Schätzung höchstens 10^{-8} Ampere.
- 2) Vgl. Phys. Ztschr. 30. S. 773. 1929.

im Prinzip die von Holborn für kurze Wellen angegebene Gegentaktschaltung; die für die beiden Röhren notwendige Anodenspannung von 600 Volt wurde von einer Akkumulatorbatterie geliefert. Bei den Messungen, über die hier berichtet werden soll, wurde eine Frequenz von $2,4488 \cdot 10^7$ (ent-



- a) Meßschwingungskreis
- b) Entladungsröhre mit Ablenkungskondensatoren
- c) Normalschwingungskreis mit Piezoquarzresonator
- d) Kompensationskreis zur Messung der Beschleunigungsspannung

Schema der Versuchsanordnung

Fig. 4

sprechend einer Wellenlänge von 12,243 m) benutzt; für diese relativ langen Wellen wurde zur Verkürzung der Drahtbrücken in den Anodenkreis und in den Gitterkreis je eine kurze Spule von einigen Windungen eingeschaltet. In den Anodenkreis wurde — parallel zur inneren Kapazität der Röhren — ein

kleiner, nur aus zwei Platten bestehender Drehkondensator C_1 mit großem Plattenabstand, also sehr geringer Kapazität, eingeschaltet, der zur Feineinstellung der Frequenz des Kreises diente. Da die Annäherung der Hand an die Senderöhren starke kapazitive Störungen verursachte, wurde die Feineinstellung des Kondensators mittels eines langen Glasstabs bewirkt, der an der drehbaren Achse befestigt war. Aus Symmetriegründen wurde auch in den Gitterkreis ein ähnlicher Drehkondensator C_2 mit kleiner Kapazität gelegt; der letztere brauchte aber bei der Feineinstellung wegen der bei kurzen Wellen ziemlich festen Koppelung von Anoden- und Gitterkreis im allgemeinen nicht nachreguliert zu werden. Die Grobeinstellung der Frequenz des Senders erfolgte durch Wellenlängenmessung an einem mit dem Sender induktiv und zwar lose gekoppelten Lecherdrahtsystem LS , wobei als Indikator für ein Strommaximum die Glühbirne einer Taschenlampe genügte.

Das gleiche Paralleldrahtsystem (zwei 1 mm starke Kupferdrähte im Abstand von 6 cm) diente als Zuleitung der Schwingung vom Sender zu den Ablenkungskondensatoren der Entladungsröhre. Die normale Anordnung der Verbindungsdrähte vom Paralleldrahtsystem zu den Ablenkungskondensatoren („Kondensatorzuleitungen parallel“) geht aus Fig. 4 b hervor; in dieser Anordnung schwingen die beiden Kondensatoren in gleicher Phase. Es ist zwar wahrscheinlich, aber *nicht sicher*, daß die Phase in dieser normalen Anordnung stets an beiden Kondensatoren *exakt* gleich ist; zur Kontrolle sind deshalb auch Messungen notwendig, bei denen die beiden Zuleitungen zu einem der Kondensatoren miteinander vertauscht sind („Kondensatorzuleitungen gekreuzt“). Bei angeschalteten Kondensatoren wurde die Drahtbrücke Br (Fig. 4 b) so lange verschoben, bis das Paralleldrahtsystem mit den angehängten Ablenkungskondensatoren in Resonanz mit dem Sender war; die entsprechende Länge des Paralleldrahtsystems war jetzt natürlich wegen der durch die Ablenkungskondensatoren vergrößerten Kapazität kleiner als $\lambda/2$. Um störende Aufladungen der Kondensatoren bzw. des Drahtsystems zu vermeiden, war die Mitte der Brücke Br über einen mäßig hohen Widerstand W mit dem Gehäuse der Entladungsröhre verbunden. Sämtliche Verbindungen wurden verlötet.

C. Die Frequenzmessung

In einer früheren Versuchsreihe¹⁾ habe ich die Frequenz der benutzten Schwingung aus ihrer am Paralleldrahtsystem gemessenen Wellenlänge ermittelt. Um störende Rückwirkungen auf den Sender auszuschalten, benutzte ich zur Wellenlängenmessung ein getrenntes Paralleldrahtsystem, das mit dem Sender extrem lose gekoppelt war. Bei Einbau eines Thermoelements in das dem Sender zugewandte Ende der Leitung ließ sich in der bekannten Weise die Wellenlänge ziemlich genau bestimmen. Dieses Verfahren hat aber den Nachteil, daß es keine dauernde Kontrolle der Schwingung ermöglicht, sondern ihre Konstanz voraussetzen muß; eine ausreichende Konstanz der Schwingung ist aber nur nach längerem Betrieb der Röhren (Änderung der Eigenkapazität infolge thermischer Ausdehnung!) und bei genügend konstanten Strom- und Spannungsverhältnissen zu erwarten.

Es schien deshalb notwendig, den *Momentanwert* der Schwingungsfrequenz zu kontrollieren bzw. zu messen. Dies wurde durch die Benutzung eines von der Phys.-Techn. Reichsanstalt geeichten *Piëzoquarzresonators* [nach Giebe und Scheibe²⁾] ermöglicht, der nur in einem extrem schmalen Wellenlängenbereich zu beiden Seiten seiner Eichfrequenz anspricht. Die *Piëzoquarzröhre* (Fig. 4 oben, P) wurde an die Enden einer 7 cm weiten Spule mit etwa 25 Windungen gelegt, welche mit einem Normalschwingungskreis (vgl. Fig. 4c) induktiv gekoppelt war. Der letztere enthielt als Generator eine „Kraftverstärkerröhre“ (Telefunken RE 604) und wurde in der sogen. „Dreipunktschaltung“ (vgl. Fig. 4c) mit einer Anodenspannung von etwa 200 Volt betrieben. Mit einem normalen Drehkondensator konnte die Schwingung überhaupt nicht auf die Eigenschwingung des Quarzresonators abgestimmt werden, weil, wie oben schon erwähnt, der Quarzresonator nur in einem äußerst schmalen Wellenlängenbereich anspricht; es wurde deshalb parallel dazu noch ein zweiter Drehkondensator mit sehr geringer Kapazität zur Feinregulierung an-

1) Phys. Ztschr. 30. S. 775. 1929.

2) E. Giebe und A. Scheibe, Ztschr. f. Phys. 33. S. 335. 1925; ETZ. 47. S. 380. 1926. Der Quarzresonator wurde von der Firma Loewe-Radio, Berlin-Steglitz, bezogen.

gebracht. Beide Kondensatoren erhielten lange Hartgummi-griffe, weil natürlich auch hier die Annäherung der Hand störende Kapazitätsänderungen verursachte. Nachdem die ersten mit dem Aufsuchen der richtigen Resonanzstelle verbundenen Schwierigkeiten überwunden waren, arbeitete der Resonator stets zuverlässig, und obwohl der Normalschwingungs-kreis nur mit Trockenanodenbatterien betrieben wurde, blieb er manchmal eine Stunde lang oder noch länger in Resonanz mit dem Piezoquarz. (Dabei mag wohl auch eine Rückwirkung der Quarzresonanzschwingung auf die Normalschwingung mit-gewirkt haben.)

Zum Vergleich der Quarznormalfrequenz mit der an der Entladungsröhre benutzten Meßfrequenz wurde nun die Meß-schwingung mit der dritten Oberschwingung der ersteren zur Schwebung gebracht. Da die Intensität der Meßschwingung sehr viel größer war, wie diejenige der Normalschwingung, wurde der Schwebungskreis mit der Meßschwingung nur sehr lose gekoppelt. Die Schwebungen wurden mittels eines alten Dreiröhrenapparats verstärkt und über einen Detektor am Telephon abgehört. Der Schwebungston zeigte im allgemeinen starke Schwankungen teils unregelmäßigen, teils periodischen Charakters; bei einiger Übung ließ sich aber auch auf Schwe-bungsfreiheit einstellen, die sogar meistens lange genug erhalten blieb, um währenddessen eine ungestörte Messung am Leucht-schirm zu ermöglichen.

D. Die Entladungsspannung und ihre Messung

Um ein Kathodenstrahlbündel mit homogener Geschwin-digkeit zu erhalten, muß man eine konstante Gleichspannung an die Entladungsröhre legen. Zu Demonstrationszwecken und zu einer Reihe von orientierenden Messungen habe ich teils eine Gleichstromdynamomaschine, teils Akkumulatoren-batterien benutzt. Da mir nach meiner Übersiedlung in das Inst. f. theor. Physik zunächst keine geeignete Gleich-stromquelle zur Verfügung stand, versuchte ich es mit Trocken-anodenbatterien; leider stellte sich nach einiger Zeit heraus, daß diese doch den hier an die Spannungs Konstanz zu stellenden Ansprüchen nicht gewachsen waren. Die Messungen, über die hier berichtet werden soll, wurden dann schließlich mit zwei älteren Akkumulatorenbatteriekästen (zu 1000 und 600 Volt)

durchgeführt, die uns vom hiesigen Physikal. Institut leihweise zur Verfügung gestellt wurden. Infolge der ungleichmäßigen Kapazität und des verschiedenen inneren Widerstandes der einzelnen Akkumulatoren reichte aber auch bei dieser Batterie die Spannungskonstanz nicht aus, um den gegebenen Spannungswert bei Belastung der Batterie genügend genau zu ermitteln. Es mußte deshalb auf ein statistisches Meßverfahren zurückgegriffen werden, das unten näher erläutert wird. Zu den Akkumulatoren (1600 Volt) wurde noch eine Anzahl von Trockenbatterien, die jetzt zu je drei parallel geschaltet werden konnten, hinzugefügt. Die bei konstanter Schwingungsfrequenz zur Durchführung einer Messung notwendige Veränderung der Spannung wurde an einem Potentiometer (Fig. 4, Mitte) mit 50—100 Volt gesamtem Spannungsabfall bewirkt.

Die Messung der Entladungsspannung geschah nach dem Kompensationsverfahren durch Vergleich mit der Spannung einer Batterie von 5 Normalelementen. Zu diesem Zwecke wurde (vgl. Fig. 4d) parallel zur Entladungsröhre ein hochohmiger Widerstand R gelegt; der durch diesen Widerstand fließende Strom erzeugte dann an den Klemmen eines in den gleichen Stromkreis eingeschalteten Präzisionsstöpselrheostaten R' eine Potentialdifferenz, die mittels Drehspulgalvanometers G mit der Spannung der Normalelemente NE verglichen wurde.

Der hochohmige Widerstand R bestand aus umsponnenem dünnen Manganindraht (0,1 mm Durchmesser), der auf der Drehbank einlagig auf eine Reihe von 60 cm langen Glasröhren von 4,5 cm Durchmesser aufgewickelt und mittels eines dünnen Überzugs von Schellack fixiert wurde. In das Innere der Röhren konnte zur Temperaturmessung ein Thermometer mit Zehntelgradteilung gebracht werden.

Die Normalelemente (Westonsche Elemente mit gesättigter Kadmiumsulfatlösung) wurden im Institut aus Chemikalien der Firma de Haen zusammengesetzt. Von insgesamt 10 Elementen kamen je 5 hintereinandergeschaltet in einen mit Öl gefüllten Kasten, in den ein Thermometer eingeführt war. Die Verbindungen zwischen den Elementen bestanden aus Kupferdrähten, deren amalgamierte Enden in Quecksilber tauchten; zu diesem Zweck war an jede Elektrode ein Glasröhrchen so angeschmolzen, daß über das äußere Ende des eingeschmolzenen

Platindrahts eine etwa 2 cm hohe Quecksilbersäule geschichtet werden konnte.¹⁾

Die Messung des hochohmigen Widerstands erfolgte mittels Wheatstonescher Brücke und Normalien, die Herr Prof. K. T. Fischer vom Bayer. Landesamt für Maß und Gewicht zur Verfügung stellte. Nachdem der Widerstand durch mehrstündiges Erhitzen auf etwa 130° künstlich gealtert worden war, wurde er bei verschiedenen Temperaturen und Feuchtigkeitsverhältnissen zunächst im Laufe des Februar 1930 wiederholt ausgemessen. Diese Messungen ergaben z. B. für eine Temperatur von 12,5° C einen Widerstand von 93037,5 intern. Ω . Kurz nach dem Abschluß der Versuche wurde dann der Widerstand (Anfang August 1930) von neuem nachgemessen; dabei zeigte sich, daß er inzwischen noch um knapp 0,2 Promille gestiegen war. Für eine Temperatur von 20° C ergab sich jetzt ein Widerstand von 93044 intern. Ω . Der Temperaturkoeffizient wurde gesondert gemessen; er ergab sich im Bereich von 12—20° C zu $7 \cdot 10^{-6}$ pro Grad und näherte sich der Null bzw. ging zum Teil zu kleinen positiven Werten im Bereich von 20—30° C. Bei den Messungen wurde fast stets mit einer Temperatur von 27—29° C gearbeitet; zur Auswertung der Messungen habe ich den unmittelbar *nach* den Messungen²⁾ für diese Temperatur ermittelten Wert

$$93042,5 \text{ intern. } \Omega$$

als richtig angenommen.

Die Normalelemente wurden im Kompensationsapparat mit einem von der Physikal.-Techn. Reichsanstalt geeichten Element verglichen. Für die zur Messung benutzte Batterie von 5 Elementen ergaben sich folgende Spannungen:

Element Nr. . . .	1	2	3	4	5
Temperatur . . .	16,6	16,7	16,8	16,9	17,0° C
Intern. Volt . . .	1,01864	1,01867	1,01869	1,01873	1,01865

1) Den Hinweis auf diese Konstruktion der Elemente verdanke ich dem hiesigen Phys.-Chem. Institut, wo sich diese Form bereits gut bewährt hatte.

2) Der im Februar gemessene Widerstandswert würde den Endwert des e/m um 0,2 Promille verkleinern.

Während der Messung betrug die Gesamtspannung der Batterie 5,0922 intern. Volt; durch Multiplikation mit 1,0005 erhält man daraus für die Spannung NE :

5,0947 abs. Volt.

Eine zweite Batterie von 5 Elementen wurde zur Kontrolle dieser Batterie benutzt. Die beiden Batterien zeigten *vor* und *nach* der Messung einen Spannungsunterschied, der kleiner war als 0,01 Promille.

Zur Feststellung der Stromlosigkeit im Kompensationskreis wurde ein Drehspulgalvanometer G mit $10000\ \Omega$ Vorschaltwiderstand benutzt, das bei $250\ \Omega$ Spulenwiderstand eine Stromempfindlichkeit von etwa $4 \cdot 10^{-10}$ Amp. pro Skt. besaß. Während der Sommermonate traten wegen der Sättigung der Luft im Arbeitsraum mit Feuchtigkeit starke Störströme im Galvanometer auf, die aber durch sorgfältig isolierte Aufstellung beseitigt werden konnten.

Die Durchführung der Messungen

Die eigentliche Messung bestand in der möglichst genauen Ermittlung derjenigen Entladungsspannung, die gerade die zur Schwingungsdauer des Senders passende Kathodenstrahlgeschwindigkeit liefert. Bei der Durchführung der Messungen, die ja auf der visuellen Beobachtung des Zusammenfallens zweier Bilder auf dem Leuchtschirm beruhen, wurden besondere Maßnahmen getroffen, um eine subjektive Beeinflussung der Ablesungsergebnisse nach Möglichkeit ganz auszuschließen. Nach meinen früheren Erfahrungen über die Ergebnisse schwieriger Ablesungen schienen mir solche Maßnahmen unbedingt erforderlich zu sein. Mit der größtmöglichen Genauigkeit objektiv messen, d. h. hier: seine ganze Aufmerksamkeit auf eine möglichst genaue Einstellung am Leuchtschirm konzentrieren kann man nur, wenn man das Resultat der Einstellung nicht kennt und keine Möglichkeit hat, eine bestimmte Einzelmessung mit anderen Einzelmessungen zu vergleichen; andernfalls muß man — fast mit Sicherheit — mit mehr oder weniger großen subjektiven Fehlern rechnen, die sich dabei vielleicht nur im Unterbewußtsein des Messenden, vielleicht auch überhaupt nicht, bemerkbar machen.

Die Maßnahmen zur Ausschaltung subjektiver Fehler bestanden in einer möglichst weitgehenden Aufteilung der ein-

zelen Einstellungen und Ablesungen auf verschiedene Beobachter. Herr cand. phil. H. Bauer, der mich auch bei der technischen Verbesserung der Apparatur wirksam unterstützt hat, kontrollierte die Frequenz der beiden Sender bzw. sorgte durch Nachregulieren des Zweiröhrensenders dafür, daß im Überlagerungstelephon nur wenig oder gar keine Schwebungen auftraten. War dies der Fall, so konnte mit den Messungen begonnen werden. Die Hochspannung wurde an die Entladungsröhre gelegt und mit Hilfe des Potentiometers so lange verändert, bis die beiden abgelenkten Bilder auf dem Leuchtschirm zusammenfielen; diesen Teil der Messungen hatte ich selbst übernommen. Da aus apparatuellen Gründen nur mit Stromstärken von 0,5—2 mA gearbeitet wurde und nur ein äußerst geringer Bruchteil des Gesamtstromes durch das Blendensystem und das stark schwankende elektrische Kondensatorfeld hindurch bis zum Leuchtschirm gelangte, war die Einstellung z. T. recht schwierig und erforderte ausgeruhte, gute Augen und einige Übung in der Leuchtschirmbeobachtung. Es wurde stets auf das vollständige Zusammenfallen der beiden Bilder, d. h. auf diejenige Spannung eingestellt, bei der die beiden Bilder übereinandergelagert dieselbe Breite besaßen, wie jedes Bild einzeln; eine besonders genaue Ablesung durch „Inliniebringen“ der Ränder war dann möglich, wenn die beiden Bilder seitlich etwas gegeneinander verschoben waren.

Leider war die Spannung der benutzten Akkumulatoren nicht genügend konstant, um zu jeder Einstellung am Leuchtschirm durch Veränderung des Widerstands R' (Fig. 4d) die zugehörige Beschleunigungsspannung zu ermitteln. Selbst zu einer eindeutigen Messung des Galvanometerausschlags unmittelbar nach der Einstellung am Leuchtschirm reichte die Spannungskonstanz nicht aus; wenn zufällig einmal die Einstellung so getroffen wurde, daß das Galvanometer beim Einschalten zunächst in Ruhe blieb, begann es sofort zu wandern. Um trotz des Absinkens der Spannung zu definierten Resultaten zu kommen, wurde folgendermaßen vorgegangen. Ein dritter Beobachter, Herr stud. H. Raether, stellte den Widerstand R' auf einen bestimmten Wert ein, der den beiden anderen Beobachtern unbekannt blieb. Wenn dann die Frequenz des Senders abgestimmt war, machte ich eine größere Zahl von Null-einstellungen am Leuchtschirm. Unmittelbar nach jeder Null-

A. Orientierende Meßreihe:

Tabelle der Messu

Widerstand R in Ω	Kondensatorzuleitungen									para
	274,7	274,2	274,4	274,5	275,0	274,0	274,5	274,5	275,0	
Zahl n der	+	8	1	5	7	—	8	6	11	
Ausschläge des	0	—	1	2	4	2	—	2	2	
Galvanometers	—	5	6	7	8	7	9	8	5	

B. Endgültige Meßreihen:

Widerstand R in Ω	Kondensatorzuleitungen									para
	275,2	274,6	274,6	274,3	274,1	273,9	273,8	273,9	274,2	
Zahl n der	+	15	16	13	11	10	7	4	3	
Ausschläge des	0	—	4	—	—	7	5	—	1	
Galvanometers	—	—	—	—	5	4	15	14	13	

Fortsetzung:

Widerstand R in Ω	Kondensatorzuleitungen gekreuzt									273,5
	273,7	274,3	274,0	274,0	273,8	274,3	273,6	273,8	273,5	
Zahl n der	+	2	4	11	10	11	15	6	9	
Ausschläge des	0	1	1	3	1	1	0	2	3	
Galvanometers	—	12	8	9	7	8	1	20	6	

Fortsetzung:

Widerstand R in Ω	Kondensatorzuleitungen									paralle
	273,9	273,9	273,9	274,2	274,0	274,1	274,2	274,7	274,3	
Zahl n der	+	1	1	3	18	5	13	1	15	
Ausschläge des	0	—	—	1	3	3	5	—	—	
Galvanometers	—	12	5	15	7	17	17	14	—	

einstellung wurde von Hrn. Bauer am Galvanometer lediglich die augenblickliche Ausschlagsrichtung festgestellt und mittels verabredeten Lichtsignals ins Nebenzimmer mitgeteilt, wo sie von Hrn. Raether notiert wurde. Auf diese Weise erfuhr ich das Resultat meiner Einstellungen erst nach Beendigung jeder Meßserie und hatte keine Möglichkeit, die Einzelmessung mit anderen Messungen zu vergleichen.

Die Resultate sämtlicher Messungen sind in der Reihenfolge, wie sie gewonnen wurden, in den Tabellen zusammengestellt.

Die Tabelle A enthält eine Anzahl von orientierenden Messungen; die zweite Tabelle enthält die zahlreichsten und zuverlässigsten Messungen. In den meisten Fällen war die Phase der Schwingung gleich (Kondensatorzuleitungen parallel).

Um
sch
dur
Sch
zule
ach
auf
war
beg
läu
wer
aus
wir

Messungsergebnisse

	parallel								Kondensatorzu- leitungen gekreuzt			
	275,0	275,0	274,4	274,7	274,7	274,6	274,6	274,4	274,2	274,0	273,8	273,6
4,5												
6	11	12	2	11	16	4	10	5	15	10	14	17
2	2	1	2	1	2	2	3	3	3	2	1	0
8	5	3	5	4	8	4	3	14	1	3	5	1

	parallel			Kondensatorzuleitungen gekreuzt							
	274,2	274,1	274,0	273,8	273,9	274,3	275,5	273,0	273,5	274,5	274,5
3,9											
3	12	15	6	6	7	10	8	—	1	8	13
1	4	2	4	1	—	1	—	—	1	1	2
13	8	11	21	9	6	9	—	14	14	4	1

	Kondensatorzuleitungen parallel										
	273,5	274,5	274,0	273,8	274,3	273,5	274,1	273,8	274,3	274,3	274,1
3,8											
9	1	18	12	2	13	—	4	—	16	16	17
3	—	—	7	1	1	—	1	—	—	5	3
6	17	1	8	19	4	13	11	15	—	2	9

	parallel									
	274,3	274,0	274,3	274,0	274,2	273,9	274,3	274,0	274,2	274,1
4,7										
15	16	—	25	13	16	—	20	8	21	33
—	1	—	2	5	1	—	1	6	2	1
—	3	15	—	10	5	19	2	23	2	6

Um etwaige Störungen durch Phasenverschiebungen auszu-
schalten, wurde aber auch eine Reihe von Messungen so
durchgeführt, daß an einem der beiden Kondensatoren die
Schwingung um 180° phasenverschoben lag (Kondensator-
zuleitungen gekreuzt). Im letzteren Falle waren die Beob-
achtungsbedingungen am Leuchtschirm aus noch nicht ganz
aufgeklärten Gründen merklich schlechter; die Beobachtung
war so anstrengend, daß ich mich mit etwa 250 Einzelmessungen
begnügte. Die Auswertung der großen Zahl von Einzelmessungen
läuft nun offenbar auf die Ermittlung desjenigen Widerstands-
wertes hinaus, bei dem im Mittel gleichviel Galvanometer-
ausschläge nach beiden Seiten beobachtet wurden. Würden
wir annehmen, daß die Schwankung der Ausschläge nur durch

zufällige Einstellfehler entstehen, und würden wir dann die Häufigkeit der Ausschläge als Funktion des zugehörigen Widerstands auftragen, so hätten wir zu erwarten, daß sich die verschiedenen Häufigkeiten wie die zugehörigen Flächenteile einer Fehlerkurve verhalten. Bleibt man innerhalb eines nicht zu großen Bereichs um das Maximum, so kann man an Hand

einer Tafel für das bestimmte Integral $\int_{x^0}^{\infty} e^{-x^2} dx$ leicht feststellen, daß der Ausdruck

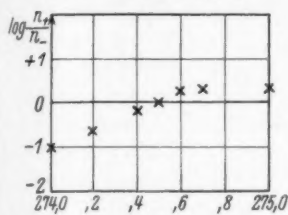
$$\lg \frac{\int_{x^0}^{\infty} e^{-x^2} dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx}$$

eine annähernd lineare Funktion von x ist. Ich habe aus diesem Grunde zur Auswertung der in den Tabellen niedergelegten Meßresultate für jeden einzelnen Widerstandswert den Quotienten aus der Zahl der Galvanometerausschläge nach rechts und der entsprechenden Zahl nach links gebildet und für jede Tabelle den Logarithmus dieses Quotienten als Funktion des zugehörigen Widerstands aufgetragen. Die Figg. 5—7 zeigen, daß tatsächlich annähernd eine lineare Beziehung besteht; das bedeutet, daß die Schwankungen der Galvanometerausschläge im wesentlichen durch zufällige Beobachtungsfehler verursacht sind. Die Neigung der durch die Beobachtungspunkte in Figg. 5—7 hindurchzulegenden Geraden gibt hier nach ein direktes Maß für die tatsächliche Meßgenauigkeit.

Das Resultat der zur Orientierung dienenden Meßreihe (Fig. 5) erwähne ich deshalb, weil ich keinen triftigen Grund für seine Abweichung von den übrigen Messungen weiß. Da aber das in Fig. 6 dargestellte Resultat an verschiedenen Tagen und unter verschiedenen Beobachtungsbedingungen stets wieder erhalten wurde, muß die Abweichung der ersten Messungen (Fig. 5) durch eine noch nicht erkannte, systematische Fehlerquelle verursacht sein. Mit anderen Worten: da das in Fig. 6 dargestellte Resultat reproduzierbar, das in Fig. 5 dargestellte dagegen nicht reproduzierbar war, habe ich bei der Ermittlung des Endresultates nur die in Fig. 6 (und 7) enthaltenen Messungen benutzt. Der gesuchte Widerstandswert R' ergibt sich aus

Fig. 6 zu $274,07 \Omega$ und aus Fig. 7 zu $273,88 \Omega^1$; das Mittel aus beiden Werten ist $273,98 \Omega$. Daraus ergibt sich unter Zuhilfenahme der Größe von R ($93042,5 \Omega$; S. 989) und der

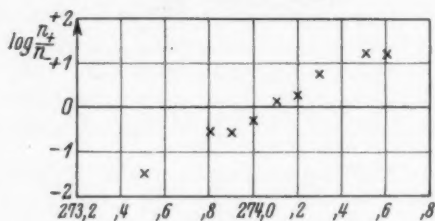
Kondensatorzuleitungen parallel.
236 Einzelmessungen



Orientierende Meßreihe

Fig. 5

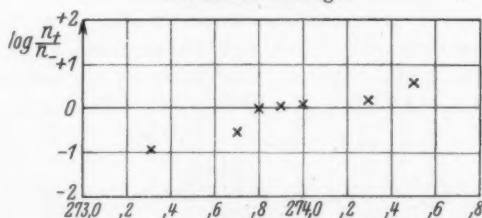
Kondensatorzuleitungen parallel.
1200 Einzelmessungen



Endgültige Meßreihe

Fig. 6

Kondensatorzuleitungen gekreuzt.
246 Einzelmessungen



Endgültige Meßreihe

Fig. 7

Figg. 5—7: Häufigkeit der positiven und negativen Galvanometerausschläge als Funktion von R' (vgl. Fig. 4d)

Spannung der Normalelemente (5,0947 abs. Volt, vgl. S. 989) die gesuchte Röhrenspannung P_0 zu

$$5,0497 \left(1 + \frac{93042,5}{273,98} \right) = 1735,2 \text{ abs. Volt,}$$

die, vermehrt um den halben Potentialabfall 0,76 Volt am Glühfaden, gleich der Beschleunigungsspannung P der Elektronen gesetzt wird. Aus der Spannung P , dem Konden-

1) In der vorläufigen Mitteilung wurde 273,90 angenommen.

satorabstand l und der Frequenz der ablenkenden Schwingung ν ergibt sich

$$\frac{e}{m} = \frac{v^2}{2P} = \frac{2^{\frac{1}{2}} \nu^2}{P} = \frac{32 \cdot 50,34^2 \cdot (6,1220 \cdot 10^9)^2}{1735,96} \\ = 1,7511 \cdot 10^7 \text{ elektromagn. Einh.}$$

Da ferner die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse zu

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

also

$$eP = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

angenommen werden muß, ergibt sich schließlich:

$$\frac{e}{m_0} = 1,7511 \cdot \left(1 + \frac{3\beta^2}{4} \right) \\ = 1,7600 \cdot 10^7 \text{ el. m. E.}$$

Schließlich mag noch eine zwar etwas unsichere, aber auch unbedeutende Korrektur wegen des nicht exakt geradlinigen Strahlverlaufs angebracht werden. Einer beobachteten Verschiebung des Fluoreszenzfleckes um 0,6 cm gegen die Mitte des Leuchtschirms entspricht eine Verlängerung des Strahlweges um höchstens 0,1 Promille; das Endresultat würde also allenfalls zu erhöhen sein auf

$$\frac{e}{m_0} = 1,7602 \cdot 10^7 \text{ el. m. E.}$$

Dieses Resultat habe ich Anfang September vorigen Jahres in der Phys. Zeitschrift mitgeteilt.

Der Einfluß der endlichen Kondensatorlänge auf das Endergebnis

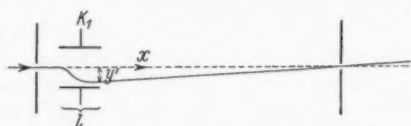
Wenn ein Einfluß der endlichen Länge der Kondensatoren auf das Meßresultat besteht, dann müßte er sich bei Vertauschung der Zuleitungsdrähte zu einem der Kondensatoren in der entgegengesetzten Richtung bemerkbar machen. Wenn wir also sicher wären, daß bei dieser Vertauschung tatsächlich eine Phasenverschiebung des Ablenkungsfeldes um genau 180° stattfindet, könnten wir uns zur Elimination des durch die endliche Kondensatorlänge verursachten Fehlers mit der obigen einfachen Mittelung der in Figg. 6 und 7 dargestellten Meßergebnisse begnügen. Da wir aber von vornherein keine unbedingt zuverlässigen Aussagen über die Phasenverhältnisse machen können, wollen wir statt dessen den wegen der Kondensator-

satorlänge zu erwartenden Fehler berechnen und mit der Beobachtung vergleichen.

Die im folgenden gegebene Rechnung hat Hr. H. Busch zuerst durchgeführt und mir für die Diskussion meiner Messungen zur Verfügung gestellt.

Wie auf S. 979 schon erwähnt wurde, erleidet der ohne Richtungsänderung durch den ersten Kondensator gehende Strahl eine kleine Parallelverschiebung, kann also nicht genau auf das Diaphragma vor dem zweiten Kondensator treffen. Damit er auf das Diaphragma trifft, muß er etwas konvergent zu seiner ursprünglichen Richtung aus dem Kondensator austreten (vgl. die in

Fig. 8 in übertriebenem Maßstab gezeichnete Bahn), d. h. der Vorzeichenwechsel des elektrischen Feldes muß schon um eine kleine Zeit früher eintreten, als das Elektron die Mitte des



Kathodenstrahlverlauf infolge der endlichen Länge der Kondensatoren
(in übertriebenem Maßstab gezeichnet)

Fig. 8

Kondensators passiert. Diese „Voreilung“ des Feldes charakterisieren wir dadurch, daß wir für die elektrische Feldstärke statt

$$E = k \cdot t$$

setzen

$$E = k \cdot t + \beta.$$

Wie auf S. 980 ergibt sich dann aus der Bewegungsgleichung

$$m \cdot \ddot{y} = e E = e (k t + \beta)$$

unter Berücksichtigung der Anfangsbedingung

$$\dot{y} = 0 \text{ für } x = -\frac{l}{2}, \text{ d. h. für } t = -\frac{l}{2v}$$

$$\text{und } \dot{y} = \frac{e}{m} \left\{ \frac{k}{2} \left(t^2 - \frac{l^2}{4v^2} \right) + \beta \left(t + \frac{l}{2v} \right) \right\}$$

$$y = \frac{e}{m} \left\{ \frac{k}{6} t^3 + \frac{\beta}{2} t^2 + \left(\beta \cdot \frac{l}{2v} - \frac{k}{2} \frac{l^2}{4v^2} \right) \cdot t \right\} + \text{const.}$$

Die gesamte Ablenkung in Richtung der elektrischen Kraftlinien wird also

$$\begin{aligned} y' &= y\left(\frac{l}{2v}\right) - y\left(-\frac{l}{2v}\right) = 2 \frac{e}{m} \left\{ \frac{k}{6} \left(\frac{l}{2v} \right)^3 + \left(\beta - \frac{k}{2} \frac{l}{2v} \right) \cdot \left(\frac{l}{2v} \right)^2 \right\} \\ &= 2 \frac{e}{m} \frac{l^3}{4v^2} \left(\beta - \frac{k}{3} \frac{l}{2v} \right). \end{aligned}$$

Die y -Komponente der Geschwindigkeit des aus dem Kondensator tretenden Strahls ist gegeben durch

$$\dot{y} \left(t = \frac{l}{2v} \right) = 2 \frac{e}{m} \beta \cdot \frac{l}{2v};$$

die Austrittsrichtung demnach durch

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{t = \frac{l}{2v}} = \left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}} \right)_{t = \frac{l}{2v}} = 2 \frac{e}{m} \cdot \frac{l}{2v^2} \cdot \beta.$$

Damit der Strahl das Diaphragma trifft, muß

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{t = \frac{l}{2v}} = - \frac{y'}{s - \frac{l}{2}}$$

sein, d. h.

$$2 \frac{e}{m} \cdot \frac{l}{2v^2} \cdot \beta \cdot \left(s - \frac{l}{2} \right) = 2 \frac{e}{m} \frac{l^2}{4v^2} \left(\beta - \frac{k}{3} \frac{l}{2v} \right)$$

oder

$$\beta \cdot s = \frac{k}{3} \cdot \frac{l^2}{4v},$$

und

$$\beta = \frac{k}{3} \cdot \frac{l^2}{4v s}.$$

Die elektrische Feldstärke muß also durch Null gehen für $t = -\frac{\beta}{k}$ oder für $x = v \cdot t = -\frac{l^2}{12s}$.

Läßt man jetzt den Strahl auch durch den zweiten Kondensator mit der gleichen Voreilungskonstante laufen (d. h. macht man $s = v \cdot \frac{T}{2}$), so findet keine Ablenkung der konvergenten Strahlen statt und der Leuchtschirm wird nicht in der Achse, sondern in der Verlängerung der beiden in den zweiten Kondensator eintretenden Strahlen getroffen. Damit die beiden Strahlen die Achse treffen, muß man die Voreilungskonstante des zweiten Kondensators um den Betrag β vergrößern oder verkleinern, je nachdem ob hier die Ablenkung im gleichen oder im entgegengesetzten Sinne erfolgt wie im ersten Kondensator. Der gemessene Kondensatorabstand s wird also in Wirklichkeit nicht in der Zeit $\frac{T}{2}$, sondern in der Zeit

$$\frac{T}{2} + \frac{k^2}{12v s} \quad \text{oder} \quad \frac{T}{2} - \frac{k^2}{12v s},$$

durchlaufen, je nachdem die Kondensatorzuleitungen „parallel“ oder „gekreuzt“ sind. Da das Endresultat umgekehrt propor-

tional dem Quadrat dieser Zeit ist, muß es im ersten Fall (Fig. 6) um den Betrag $2 \cdot \frac{P}{12 s^2} = 0,6$ Promille zu groß, im zweiten Fall (Fig. 7) um denselben Betrag zu klein herauskommen.

Ein Unterschied bei den beiden verschiedenen Schaltungen macht sich tatsächlich im richtigen Sinne bemerkbar; er beträgt aber nur 0,7 Promille statt der nach der obigen Rechnung zu erwartenden $2 \cdot 0,6 = 1,2$ Promille. Statt aus den Ergebnissen der beiden Figg. 6 und 7 zu mitteln, wie es auf S. 995 und in der vorläufigen Mitteilung in der Phys. Zeitschr. geschehen ist, dürfte es deshalb richtiger sein, an jeder der beiden Figuren zuerst die nach der obigen Rechnung notwendige Korrektur anzubringen, und dann erst die beiden Resultate mit ihren entsprechenden Gewichten zu kombinieren. Wie auf S. 993 schon erwähnt wurde, sind die in Fig. 6 zusammengestellten Messungen wesentlich zuverlässiger als die von Fig. 7; diesem Umstand tragen wir — in sicher nicht übertriebener Weise — dadurch Rechnung, daß wir das Gewicht der beiden Resultate proportional der Zahl der Einzelmessungen setzen. Auf diese Weise erhalten wir

$$\text{aus Fig. 6: } \frac{e}{m_0} = (1,7607 - 0,0010_5) \cdot 10^7$$

$$\text{und aus Fig. 7: } \frac{e}{m_0} = (1,7597 + 0,0010_5) \cdot 10^7.$$

Durch Kombination der beiden Werte mit ihren entsprechenden Gewichten ergibt sich dann

$$\frac{e}{m_0} = \frac{5 \cdot 1,7596_5 + 1,7607_5}{6} \cdot 10^7$$

$$\frac{e}{m_0} = 1,7598 \cdot 10^7 \text{ elektromagn. Einh.}$$

Fehlerquellen und Fehlergrenzen

Als Fehlerquellen kommen in Betracht:

1. Meßfehler bei der Bestimmung des Kondensatorenabstands, der Frequenz der Schwingung, der Widerstände und der Spannung der Normalelemente.

2. Systematische Fehler:

- a) Emittierende Stelle des Glühfadens,
- b) Kontaktpotential zwischen Glühfaden und Beobachtungsraum und Anfangsenergie der Glühelctronen.

Zu 1. Die Messung des Kondensatorabstandes erfolgte mit einem guten Kathetometer, das die Hundertstelmillimeter noch abzulesen gestattete; der Meßfehler kann höchstens 0,05 mm, d. h. 0,1 Promille der gemessenen Länge 503,48 mm sein. Die Frequenz der Piezoquarznormale wurde von der Phys.-Techn. Reichsanstalt ihrem absoluten Betrage nach bis auf 0,1 Promille als richtig angegeben; der Unterschied der Meßschwingung gegenüber der Normalschwingung bleibt selbst bei einem Schwebeston von 500 so klein (etwa 0,02 Promille), daß er vernachlässigt werden kann. Die Unsicherheit in der Kenntnis der beiden benutzten Widerstände kann zusammen mit derjenigen der Spannung der Normalelemente 0,1 Promille nicht übersteigen.

Von diesen Fehlern gehen die beiden ersten quadratisch ein; wir erhalten also als Summe aller dieser Fehler: $0,2 + 0,2 + 0,1 = 0,5$ Promille. Bildet man dagegen, wie dies auch häufig bei Präzisionsmessungen geschehen ist, das mittlere Fehlerquadrat aus diesen Einzelfehlern, so erhält man

$$\sqrt{(4 + 4 + 1) \cdot 10^{-8}} = 0,3 \text{ Promille.}$$

Zu 2a). Die Unsicherheit bezüglich der emittierenden Stelle des Glühfadens läßt sich etwa folgendermaßen abschätzen. Die Länge des Glühfadens ist so gering, daß man wohl mit einiger Annäherung den Temperaturabfall von der Mitte des Drahtes aus nach den beiden Einklemmstellen als linear annehmen kann. Da die Elektronenemission exponentiell mit der Temperatur des Drahtes zunimmt, bewirkt z. B. eine Temperaturabnahme um 100° schon eine beträchtliche Abnahme der Glühemission; nimmt man in der Mitte des Drahtes eine Temperatur von etwa 2500° abs. an, so würde bei linearem Temperaturabfall überhaupt nur $\frac{1}{20}$ der ganzen Glühdrahtlänge an der Emission merklich teilnehmen. Da der gesamte Potentialabfall am Glühdraht nur 1,5 Volt betrug, würde also in der Messung des Beschleunigungspotentials und damit auch im Endresultat nur ein maximaler Fehler von $\pm \frac{0,75}{20 \cdot 1700} \approx 0,02$ Promille entstehen. Nun mag der Temperaturabfall in der Mitte des Drahtes durch die Wirkung der Ausstrahlung etwas verlangsamt sein; der Fehler, den man durch Einsetzen des Potentials der Mitte des Glühdrahts begeht, wird aber trotzdem das Fünffache des obigen Betrages, d. h. 0,1 Promille, kaum überschreiten.

Zu 2b). Die tatsächlich zur Messung kommende Geschwindigkeit der Elektronen ist durch die zwischen Kathode

und Anode gemessene Potentialdifferenz nicht vollständig bestimmt, sondern kann durch ein zwischen Glühfaden und Meßraum bestehendes Kontaktpotential modifiziert sein. Obwohl ein solches störendes Kontaktpotential wohl höchstens einige Zehntel Volt betragen dürfte, kann es bei der hier verwendeten relativ niedrigen Spannung doch zu Fehlern führen, die u. U. größer sind, als alle übrigen Fehlerquellen zusammen genommen. Ich habe mich deshalb bemüht, den Unterschied zwischen der wahren Voltgeschwindigkeit der Elektronen und der außen gemessenen Beschleunigungsspannung durch einen Sonderversuch zu ermitteln. Unmittelbar hinter die erste Blende wurde eine Hilfsglühkathode eingebaut, an die ein sehr schwaches Feld angelegt wurde. Die Entladungsröhre wurde dann mit Helium¹⁾ von einigen Hundertstelmillimeter Druck gefüllt. Wenn nun die Potentialdifferenz zwischen der normalen Glühkathode und der Anode allmählich von etwa 20 auf 30 Volt gesteigert wurde, konnte das Auftreten von positiven Heliumionen an der durch das plötzliche Zusammenbrechen der Raumladung²⁾ verursachten Stromsteigerung zur Hilfskathode leicht festgestellt werden. Die Spannung, bei der eine starke Stromsteigerung einsetzte, konnte einigermaßen genau festgelegt werden; sie schwankte aber bei verschiedenen Versuchen um mehrere Zehntel Volt.³⁾ Das vorliegende Ziel, die Elimination der durch das Kontaktpotential verursachten Unsicherheit, konnte infolgedessen nicht erreicht werden. Vielleicht läßt sich diese Unsicherheit besser durch Ausdehnung der Messungen auf einen größeren Spannungsbereich vermeiden; zu einer solchen Ausdehnung stehen uns aber vorläufig die technischen Mittel nicht zur Verfügung. Der durch das Kontaktpotential verursachte Fehler muß also noch mit seinem maximal möglichen Wert, d. h. mit etwa 1,5 Volt, entsprechend 0,9 Promille, in Rechnung gesetzt werden. Als Resultat der hier beschriebenen Messungen möchte ich deshalb schreiben:

$$\frac{e}{m_0} = (1,7598 \pm 0,0025) \cdot 10^{17} \text{ elektromagn. Einh.}$$

1) Für die freundliche Überlassung des Heliums bin ich Hrn. Dr. Politzer in Hölriegelskreuth zu bestem Dank verpflichtet.

2) G. Hertz, Ztschr. f. Phys. 18. S. 307. 1923.

3) Diese Schwankungen sind wahrscheinlich durch die Bildung von metastabilen angeregten Atomen, d. h. durch stufenweise Ionisation verursacht.

Vergleich mit anderen Messungen

Auf die genaue Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons ist seit etwa 30 Jahren von einer größeren Zahl von Forschern außerordentlich viel Mühe verwendet worden.¹⁾ Der im Laufe der Jahre immer weiter verbesserten Meßtechnik entsprechend ist die Genauigkeit der Bestimmung dieser Naturkonstanten im allgemeinen immer weiter gesteigert worden; leider zeigen aber gerade die in den letzten Jahren veröffentlichten Meßresultate, die alle früheren an Genauigkeit übertreffen, beträchtliche Abweichungen untereinander. Auf der einen Seite haben nämlich sehr sorgfältige Messungen an Kathodenstrahlen von F. Wolf²⁾ nach einer von H. Busch³⁾ entwickelten Methode für e/m_0 einen Wert $(1,7689 \pm 0,0018) \cdot 10^7$ e. m. E. geliefert. Andererseits ergaben die neueren spektroskopischen e/m -Bestimmungen von Houston⁴⁾ aus der Rydbergfrequenz von He^+ und H und von Babcock⁵⁾ aus dem Zeemaneffekt einiger Spektrallinien von Zn und Cd einen Wert⁶⁾ $(1,7608 \pm 0,0008) \cdot 10^7$ bzw. $(1,761 \pm 0,002) \cdot 10^7$ e. m. E., während die bekannten früheren Messungen von Paschen das Resultat $1,7686 \cdot 10^7$ geliefert hatten.⁷⁾ Da die Abweichung des Kathodenstrahlwertes von den mit spektroskopischen Hilfsmitteln erhaltenen neueren Werten erheblich größer ist, als die beiderseitige Fehlergrenze, ist von R. T. Birge der Vorschlag gemacht worden, zwei verschiedene e/m -Werte anzunehmen: einen Wert $1,769 \cdot 10^7$ für die Elektronen im Kathodenstrahl und einen Wert $1,761 \cdot 10^7$ für die Elektronen im Atomverband. Die hier beschriebenen Geschwindigkeitsmessungen, die sich natürlich auf Kathodenstrahlelektronen beziehen, haben nun aber einen

1) Eine kritische Zusammenstellung der älteren e/m -Bestimmungen (bis 1914) findet man bei A. Bestelmeyer im Handbuch der Radiologie von E. Marx, Band V, S. 1; spätere Zusammenstellungen bei P. Lenard und A. Becker, Handb. d. Experimentalphysik 14; W. Gerlach im Handb. d. Phys. 22 und R. T. Birge, Phys. Rev. Suppl. 1. S. 44. 1929.

2) F. Wolf, Ann. d. Phys. 83. S. 849. 1927.

3) H. Busch, Phys. Ztschr. 23. S. 438. 1922.

4) W. V. Houston, Phys. Rev. 30. S. 608. 1927.

5) H. D. Babcock, Astrophys. Journ. 69. S. 43. 1929.

6) Nach R. T. Birge, Phys. Rev. Suppl. 1. S. 45. 1929.

7) Auch frühere Messungen des Verf. (Phys. Ztschr. 30. S. 776. 1929), die aber noch verschiedene Fehlerquellen enthielten (vgl. Phys. Ztschr. 31. S. 1073. 1930), hatten ein Resultat geliefert, das praktisch mit demjenigen von F. Wolf u. Paschen übereinstimmte.

noch etwas kleineren e/m -Wert ($1,760 \cdot 10^7$) geliefert, der sich offensichtlich mit den Kathodenstrahlmessungen von F. Wolf nicht in Einklang bringen läßt. Nun bestand eine Zeitlang die Hoffnung, daß diese Diskrepanz durch eine wellenmechanische Berechnung der magnetischen Ablenkung der Elektronen behoben werden könnte¹⁾; diese Hoffnung hat sich leider nicht erfüllt — der Schwerpunkt der wellenmechanischen Ladungsverteilung bewegt sich auf Grund des Ehrenfest'schen Theorems im Falle konstanter Felder exakt nach den Gesetzen der Maxwell-Lorentz'schen Elektrodynamik.²⁾ Daß der höhere Wert von Wolf durch Dampf- oder Gasreste verursacht wäre³⁾, ist zwar nicht völlig ausgeschlossen, aber ziemlich unwahrscheinlich, da die Messungen bei verschiedenen Spannungen (3,6—4,5 kV) durchgeführt sind. Eine restlose Aufklärung der Diskrepanz kann wohl nur durch neue Messungen geliefert werden — am besten vielleicht bei geeigneter Kombination beider Methoden.

Gegenüber dem hier erhaltenen Wert $1,760 \cdot 10^7$ sind zwar auch die neueren spektroskopischen Werte $1,761 \cdot 10^7$ noch etwas zu groß; die Abweichung liegt aber durchaus innerhalb der beiderseitigen Fehlergrenzen. Nach dem Abschluß unserer Messungen erschien schließlich die schon auf S. 976 erwähnte Arbeit von C. T. Perry und E. L. Chaffee⁴⁾, in der nach der vom Verf. ausgearbeiteten Geschwindigkeits-Meßmethode die spezifische Ladung für verschiedene Geschwindigkeiten ermittelt wird. Als Resultat ergibt sich $e/m_0 = (1,761 \pm 0,001) \cdot 10^7$ e. m. E., also genaue Übereinstimmung mit dem auf spektroskopischem Wege erhaltenen Resultat. Die Messungen haben zwar vor den hier durchgeführten den Vorzug, daß sie sich auf einen höheren Spannungsbereich (10—20 kV) beziehen; dafür ist aber das nach der Formel auf S. 981 berechnete Auflösungsvermögen der Apparatur etwa 15 mal kleiner als bei unseren Messungen. Da das natürliche Auflösungsvermögen der Apparatur noch durch die Anbringung von magnetischen Konzentrationsspulen (die zur Erzielung eines guten Strahls notwendig war) künstlich

1) Vgl. Schlußabsatz des vorläufigen Berichts in *Phys. Ztschr.* **31**, S. 1075. 1930.

2) Beweis bei Kennard, *Phys. Rev.* Jan. 1931; vgl. auch F. Sauter, *Naturw.* 1931, S. 165.

3) Vgl. Anmerkung 1 in *Phys. Ztschr.* **31**, 1930, S. 1075.

4) C. T. Perry und E. L. Chaffee, *Phys. Rev.* **36**, S. 904. 1930.

herabgesetzt wurde, halte ich die angegebene Genauigkeit für überschätzt. (Unsere Meßmethode beruht gerade auf der Beobachtung einer kleinen Divergenz eines vorher parallelen Strahlenbündels; die Konzentrationswirkung einer Magnetspule besteht anderseits darin, daß ein divergentes Bündel konvergent gemacht wird — das läuft aber dem Prinzip der Meßmethode zuwider!)

Zusammenfassung

Eine früher ausgearbeitete Präzisionsmethode zur direkten Geschwindigkeitsmessung von Kathodenstrahlen wird zu einer Neubestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons benutzt. Die Bestimmung erfordert außer der Messung der Entladungsspannung (Kompensationsmethode, Normalelemente) nur diejenige eines Abstands (Kathetometer) und einer Schwingungsfrequenz (Schwebungen, Piezoquarzresonator). Als Resultat ergibt sich $\frac{e}{m_0} = (1,7598 \pm 0,0025) \cdot 10^7$ elektromagn. Einh.; der Hauptanteil des in das Endresultat eingehenden Fehlers wird durch die Unsicherheit des Kontaktpotentials ($\pm 0,0015$) verursacht.

Die Durchführung der vorstehenden Arbeit wurde mir dadurch ermöglicht, daß Hr. Geh.-Rat Sommerfeld in großzügiger Weise die Hilfsmittel seines Instituts zur Verfügung stellte; ihm möchte ich deshalb auch hier vor allem meinen herzlichen Dank sagen. Ebenso danke ich Hrn. cand. phys. H. Bauer für seine unermüdliche und treue Mitarbeit bei der technischen Verfeinerung der Apparatur und bei der Durchführung der eigentlichen Messungen. Ferner möchte ich Hrn. Prof. K. T. Fischer für seine freundliche Hilfe bei der Ausmessung des Manganinwiderstandes und Hrn. Prof. W. Gerlach für die leihweise Überlassung der für die Beschleunigung der Elektronen benutzten Hochspannungsakkumulatoren bestens danken.

Einige der benutzten Apparate und Meßinstrumente wurden mir vom Kaiser-Wilhelm-Institut für Physik leihweise zur Verfügung gestellt, einige andere konnten vom Institut aus Mitteln der Helmholtzgesellschaft beschafft werden, wofür hier ebenfalls bestens gedankt sei.

München, Institut f. theor. Physik, Januar 1931.

(Eingegangen 3. Februar 1931)

Die Spektren Beryllium I und II

Von F. Paschen und P. G. Kruger

Inhaltsangabe: Ein Kästchen, dessen innere Wände mit Plättchen aus metallischem Beryllium ausgekleidet sind, dient als Kathode einer Glimmentladung in Helium. Das Glimmlicht im Innern ergibt bei Strömen bis zu 1,2 Amp. die Spektren Be I und Be II mit reichlicher Entfaltung der Serien, insbesondere zwei Serien von Singulets und damit das nicht bekannte Singuletsystem von Be I. Ein Bogen zwischen metallischen Stücken Berylliums in verschiedenen Gasen bestätigt diese Analyse von Be I und enthält außerdem neue starke Linien, welche zu einer Erweiterung des Spektrums Be I gehören, die bei gleichzeitiger Anregung beider Valenzelektronen statthat. Es werden die Wellenlängen und Termtabellen beider Spektren Be I und Be II angegeben.

Die erste sichere Kenntnis über die im Kohlebogen auftretenden Linien des Berylliums rührt von H. A. Rowland und Tatnall¹⁾ her, welche die stärksten Linien mit einem großen Konkavgitter gemessen haben. Alle von ihnen angegebenen Linien sind Berylliumlinien, und es sind ihnen von den starken Linien nur wenige entgangen. Das Berylliumspektrum ist im Kohlebogen schwer zu erhalten. Das Metall oxydiert in der Hitze und verdampft dann nicht mehr, leitet auch den Strom nicht. Außerdem führt das so erzeugte Spektrum eine Reihe von Banden, in denen starke Linien verborgen bleiben können. Wohl aus diesen Gründen ist die Kenntnis des Berylliumspektrums bis in die neueste Zeit nicht gefördert worden.

S. Popow²⁾ und E. Back³⁾ haben die genauere Tripletstruktur einiger schon von Rowland und Tatnall als mehr-

1) H. A. Rowland und R. R. Tatnall, *Astrophys. Journ.* **1.** S. 14. 1895.

2) S. Popow, *Verhandl. d. Schweizer Naturf. Ges.* 1913. II. S. 150.

3) E. Back, *Ann. d. Phys.* **70.** S. 333. 1923.

fach erkannter Liniengruppen und den Zeemaneffekt der stärksten Linien festgestellt, so daß es möglich war, mit einiger Wahrscheinlichkeit die Rolle dieser Linien in den Spektralgesehen anzugeben.¹⁾

Nachdem in neuerer Zeit Stücke metallischen Berylliums hergestellt worden sind, ist es möglich, sein Spektrum vollständiger zu erforschen. J. S. Bowen und R. A. Millikan²⁾ ließen ihren „hot spark“ zwischen Stücken Berylliummetalles im Vakuum übergehen und erhielten besonders das Spektrum Be II mit so vielen Linien, daß das Termschema dieses Spektrums abgeleitet werden konnte. Von dem Spektrum Be I geben sie nur die Linien und das Termschema der Triplets an. Diese Analyse der Triplets wird bestätigt und durch höhere Serienglieder ergänzt durch E. W. H. Selwyn.³⁾

Hiernach fehlt noch die Analyse der Singulets im Spektrum Be I, für welche bis jetzt nichts vorliegt, als die starke und meist selbst umgekehrte Linie 2348,6 ÅE, die von Paschen und Götze als Resonanzlinie 2^1S-2^1P angesehen wurde, sowie die Linie 4572,7 ÅE, die nach Analogie mit Mg I entweder 2^1P-3^1S oder 2^1P-3^1D sein sollte, da ihr Zeemanneffekt, nach Back ein normales Triplet, die Zwischenkombination $2^1S_0-2^3P_1$ ausschloß. Dazu käme noch die von Selwyn gegebene Linie 1661,48, über deren Charakter zunächst nichts zu vermuten ist.

Wir werden im folgenden unsere Versuche zur Ermittlung der Singuletterme darlegen. Da diese zu einer genaueren Messung der stärkeren Linien von Be I und Be II führten, geben wir ein ziemlich vollständiges Verzeichnis der Linien und Termwerte beider Spektren auf Grund der von uns angenommen Wellenlängen an.

Es standen runde Plättchen metallischen Berylliums von 15 mm Durchmesser und 2 mm Dicke zur Verfügung, wie solche heute für Röntgenröhren benutzt werden. Zwei verschiedene Anordnungen der Leuchterregung wurden benutzt. Die erste gründet sich auf die elektrische Zerstäubung an der

1) F. Paschen und R. Götze, Seriengesetze der Linienspektren. Berlin, Julius Springer 1922. S. 71.

2) J. S. Bowen und R. A. Millikan, Phys. Rev. 28. S. 256. 1926.

3) E. W. H. Selwyn, Proc. Roy. Soc. 41. S. 392. 1929.

Kathode. Ein Kästchen mit dünnen Kohlewänden (quadratischer Querschnitt, innen 14×14 mm, Länge des Kästchens 33 mm) wurde innen mit Berylliumplättchen so ausgekleidet, daß die innere Oberfläche zum größten Teile aus Beryllium bestand, und möglichst wenig Kohle freilag. Dieses Kästchen diente als Kathode einer Glimmentladung in reinem Helium von möglichst geringem Gasdruck. Bei Stromstärken zwischen 0,25 und 1,2 Amp. zerstäubte das bis zur Gelbglut erhitzte Metall und ergab die Spektren Be I und Be II mit scharfen Linien und vielen Gliedern in den Serien. Es wurden Aufnahmen gemacht 1. mit einem 1-Meter-Konkavgitter im Vakuum-spektrographen und 2. mit einem Konkavgitter von 1,5 m Radius in Luft. Den Aufnahmen 2. bei 1,2 Amp. Stromstärke verdanken wir die Auffindung der beiden Singuletserien von Be I, auf denen das Termschema der Singulets beruht.

Die zweite Anordnung bestand in einem Bogen zwischen Berylliummetall. Ein solcher Bogen ist in der Luft kaum zu betätigen, da die Elektroden sofort oxydieren und dann isolieren. Man muß beständig die Elektroden blank feilen und erhält den Bogen nur für Sekunden. Aus diesem Grunde wurde der Bogen innerhalb eines luftdicht abgeschlossenen Behälters angeordnet, der mit Wasserkühlung umgeben war. Die Anode wurde besonders durch innen fließendes Wasser gekühlt. Die andere Elektrode bildet das Ende einer in den Behälter führenden Schraube, mit der die Zündung bewerkstelligt und die Länge des Bogens eingestellt wurde. Diese Schraube war gut gedichtet, auch wenn die Temperatur erheblich stieg. Der Behälter konnte mit verschiedenen Gasen gefüllt oder auch evakuiert benutzt werden. Als Gase wurden reines Neon, reines Helium und Wasserstoff verwendet. Die stärksten Linien dieser Gase erschienen dann in mittlerer Stärke im Spektrum.

Der Bogen gab interessante Resultate. Erstens erhielten die Linien bei höherem Gasdruck je nach der Serienzugehörigkeit charakteristische Unschärfen. Dadurch wurde die Analyse der beiden Singuletserien bestätigt.

Sodann traten besonders in Wasserstoff sehr starke neue Linien auf, von denen die meisten in der Glimmschicht völlig fehlten. Der Nachteil des Bogens besteht darin, daß alle

Verunreinigungen des Berylliums stärker als in der Glimmentladung erschienen: Mangan, Magnesium, Aluminium, Barium, Eisen, Kupfer, Zink. Die Erkennung schwächerer Berylliumlinien wurde hierdurch erschwert. Andererseits geben die fremden Linien, besonders die des Eisens, viele Normale zu genauer Messung. Die ersten Glieder der Singuletsreihen waren ungemein stark. Aber die zwei bis drei letzten Glieder derselben waren wegen ihrer Unschärfe und Schwäche zwischen den Verunreinigungen nicht zu identifizieren. Der Intensitätsabfall innerhalb der Serie erscheint im Bogen stärker, wohl weil die Unschärfe mit der Serienlaufzahl stark zunimmt, während in der Heliumentladung die Linienschärfe bis zum höchsten Serienglied bei niederem Gasdruck erhalten bleibt. Auch verhindert einseitige Verbreiterung im Bogen eine genaue Messung, die daher nur mit den scharfen Linien in der Glimmentladung vorgenommen werden konnte.

In allen Gasen trat eine Doppelbande stark auf: eine schwächere, nach Violett verlaufende mit dem Kopf bei 5100 ÅE. Bei 4991 ÅE liegt der Kopf der stärkeren, die zusammen mit der ersteren bis 4800 ÅE reicht. Es wird eine Berylliumbande sein (Be_2 ?). Die Glimmentladung war völlig frei von Banden, wenn der Gasdruck niedrig war. Bei höherem Gasdruck war der Kopf der starken Bande bei 4991 ÅE schwach vorhanden.

Die Analyse dieses Bogenspektrums geschah mit einem vorzüglichen 1-Meter-Konkavgitter von Anderson, welches fest aufgestellt und auf größte Schärfe der Linien justiert war für das Spektrum I. Ordnung von 9100 bis 1800 ÅE. Es war möglich, in der II. und III. Ordnung die neuen engen Beryllium-Triplettgebilde einwandfrei zu analysieren.

Beryllium I

Das Glimmlicht im Inneren des Berylliumkastens ergab die folgenden Linien der beiden Serien $2p^1P-n^1S$ und $2p^1P-n^1D$. Messungen derselben Linien im Bogen ergaben andere Werte, insbesondere für die d -Serie, deren Linien nach Rot verbreitet sind, größere Wellenlängen (bis 0,1 ÅE größer) wie aus anderen Beispielen bekannt ist.

$\nu = 2^1P-n^1S$; $2^1P = 32629$, $n = 3$ im Bogen gefunden.
 $n = 2$ von Back und mir als Resonanzlinie erkannt.

$n =$	2	3	4	5	6	7	8
λ_L	2348,612	8254,10	4407,911	3736,280	3476,613	3345,436	3268,985
ν	42565,3	12111,9	22680,1	26757,0	28755,4	29882,9	30581,7
n^1S	75194,3	20517,1	9948,9	5872,0	3873,6	2746,1	2047,3
n^*	1,20805	2,31270	3,32116	4,32299	5,32255	6,3215	7,3214

$$\nu = 2^1P - n^1D \quad 2^1P = 32629$$

$n =$	3	4	5	6	7	8	9	10
λ_L	4572,689	3813,402	3515,538	3367,645	3282,920	3229,618	3193,79	3168,45
ν	21862,9	26215,9	28437,0	29685,8	30451,9	30954,5	31301,8	31552,1
n^1D	10766,1	6413,1	4192,0	2943,2	2177,1	1674,5	1327,2	1076,9
n^*	3,19262	4,13660	5,11642	6,10615	7,0998	8,0949	9,0930	10,0946

Der Verlauf der Werte n^* (effektive Quantenzahl) zeigt, daß die Grenze, der Wert 2^1P bis auf etwa zwei Einheiten richtig sein muß, daß er indessen aus den Linien dieser zwei Serien kaum genauer bestimmt werden kann.

Es ist keine Zwischenkombination gefunden. Es fehlt insbesondere die Linie $2^1S_0 - 2^3P_1 = 21982,1 \text{ Å}$, $\lambda_L = 4547,88 \text{ Å}$, welche nach dem möglichen Fehler im Werte 2^1P_1 höchstens einen Fehler von $0,4 \text{ Å}$ haben kann. Nur in einer sehr starken Aufnahme des Glimmlichtes mit einem Quarzprismenapparat wurde eine schwache Linie dieser Wellenlänge gemessen.

Es muß daher bezweifelt werden, daß die entsprechenden Linien, welche Bowen und Millikan in den Spektren BII und CIII¹⁾ annehmen, diese Kombinationen sind. Es sind die starken Linien Bor 3451,34 und Kohle 2296,88 Å, welche überdies mit der oben berechneten Linie von BeI das Gesetz der irregulären Dublets nicht befolgen.

In den folgenden Tabellen ist dasjenige eingeklammert, was vermutet, aber nicht bewiesen ist. Wo in Tab. 2 auch die Zahlen der Wellenlängen mit eingeklammert sind, ist es nicht sicher, daß die Linien Berylliumlinien sind, wenn sie auch keiner der erkannten Verunreinigungen angehören. Es sind daher von den P -Termen nur die tiefsten, $2p$ zugeordneten als sicher anzusehen.

Bemerkenswert sind die starken Linien, die in dem Term-schemata des einfachen Spektrums BeI keinen Platz finden.

1) J. S. Bowen und R. A. Millikan, Phys. Rev. **26**. S. 310. 1925.

Tabelle 1
Das Termschema Be I

	$n = 2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$2sns'S$	75194,3 ¹⁾	20517,1 (15007)	9948,9 (7966)	5872,0	3873,6	2746,1	2047,3				
$2snp'P$	32629	10766,1 (18351)	6413,1 (9243)	4192,0 (5557,8)	2943,2 (3709,4)	2177,1	1674,5	1327,2	1076,9		
$2snd'D$											
$2snp'S$	53209,83 ¹⁾										
$2snp'P_1$	53212,18										
$2snp'S_0$	53212,86										
$2sns'S$		23110,22	10684,6	6183,0	4030,4	2836,9	2103,2				
$2snd'D$		13137,5	7248,7	4585,6	3161,7	2310,4	1762,7	1389,1	1121,7	923,7	776,0
$2p2p^3P_1$	15494,25		$2p3p^3P_1$	14759,2		$2p3s^3P_1$	10368,64		$2p3d^3D_3$	18998,97	
$2p^3P_1$	2,03		$2p^3P_1$	1,9		$2p^3P_1$	3,92		$2p^3D_1$	1,15	
	15496,28		$2p^3P_1$	1,40		$2p^3P_1$	10364,72		$2p^3D_1$	18997,82	
			$2p^3P_1$	1,40		$2p^3P_1$	2,05		$2p^3D_1$	0,60	
$2p2p^1D_0$	15497,68		$2p^3P_1$	1,40		$2p^3P_1$	10362,67		$2p^3D_1$	18997,22	
$2p2p^1S_0$	3695,4										
$2p2p^1S_0$	3892,0										

Die Werte der tiefsten Triplettterme sind dieselben, wie bei Bowen und Millikan und bei Selwyn. Nach unseren Wellenlängen der 3S - und 3D -Serien müssen die Werte des Grensterms $2^3P_{3,1,0}$ bis auf etwa 1 cm^{-1} richtig sein.

1) Ionisierungsspannung des Be 9,2810 Volt.

2) Metastabiler Zustand, dessen Ionisierungsspannung = 6,5675 Volt.

Tabelle 2
Die Wellenlängen des Spektrums Be I

Int.	λ_L	ν	Komb.	$\lambda_{\text{ber.}}$
10	8254,10	12111,9	2^1P-3^1S	12111,9
(1	8216,05	12168,0	3^1P-4^1S	12168,0)
(3	7209,3	13867,2	3^1S-4^1P	13867,2)
(5	6981,0	14320,6	3^1P-5^1S	14320,6)
10	4572,69	21862,9	2^1P-3^1D	21862,9
9	4407,91	22680,1	2^1P-4^1S	22680,1
2	4254,12	23500,0	$2s3d^1D-2p3s^1P_0$	23500,2
5	4253,76	23502,0	$2s3d^1D-2p3s^1P_1$	23502,2
6	4253,05	23506,0	$2s3d^1D-2p3s^1P_2$	23506,1
			$2p2p^1P_1-2p3s^1P_0$	25858,95
6	3866,03	25859,0	$2p2p^1P_1-2p3s^1P_1$	25858,97
2	3865,74	25861,0	$2p2p^1P_1-2p3s^1P_2$	25861,00
5	3865,50	25862,5	$2p2p^1P_0-2p3s^1P_1$	25862,40
8	3865,43	25863,0	$2p2p^1P_2-2p3s^1P_2$	25862,89
3	3865,14	25865,0	$2p2p^1P_1-2p3s^1P_2$	25864,92
10	3813,40	26215,9	2^1P-4^1D	26215,9
5	3736,28	26757,0	2^1P-5^1S	26757,0
8	3515,54	28437,0	2^1P-5^1D	28437,0
3	3476,54	28755,4	2^1P-6^1S	28755,4
7	3455,20	28933,6	$(2^1P-2p2p^1D)$	28933,6)
6	3367,64 _s	29685,8	2^1P-6^1D	29685,8
2	3345,44	29882,9	2^1P-7^1S	29882,9
30	3321,347	30099,60	$2^1P_2-3^1S$	30099,61
20	3321,086	30101,97	$2^1P_1-3^1S$	30101,96
10	3321,013	30102,63	$2^1P_0-3^1S$	30102,64
5	3282,92	30451,9	2^1P-7^1D	30451,9
.5	3268,99	30581,7	2^1P-8^1S	30581,7
3	3229,62	30954,5	2^1P-8^1D	30954,5
2	3193,79	31301,8	2^1P-9^1D	31301,8
.5	3168,45	31552,1	2^1P-10^1D	31552,1
6	3110,95	32135,2	$2s3d^1D-2p3d^1D_1$	32135,32
7	3110,83	32136,5	$2s3d^1D-2p3d^1D_2$	32136,47
3	3019,60	33107,3	$(2s3p^1P-2p3p^1P_0)$	33107,3)
6	3019,51	33108,3	$(2s3p^1P-2p3p^1P_1)$	33108,3)
8	3019,34	33110,2	$(2s3p^1P-2p3p^1P_2)$	33110,2)
5	2986,62	33473,0	$2s3s^1S-2p3s^1P_0$	33472,92
8	2986,44	33475,0	$2s3s^1S-2p3s^1P_1$	33474,92
10	2986,09	33478,9	$2s3s^1S-2p3s^1P_2$	33478,82
8	2898,27	34493,2	$2p2p^1P_2-2p3d^1D_1$	34493,22
7	2898,19	34494,2	$2p2p^1P_1-2p3d^1D_2$	34494,10
5	2738,09	36511,0	$(2s2p^1P-2p2p^1S)$	36511,0)
10	2650,779	37713,54	$2s2p^1P_2-2p2p^1P_1$	37713,55
5	2650,712	37714,50	$2s2p^1P_1-2p2p^1P_0$	37714,50
10	2650,636	37715,58	$2s2p^1P_2-2p2p^1P_2$	37715,58
8	2650,613	37715,91	$2s2p^1P_1-2p2p^1P_1$	37715,90
6	2650,565	37716,59	$2s2p^1P_0-2p2p^1P_1$	37716,58
10	2650,470	37717,94	$2s2p^1P_1-2p2p^1P_2$	37717,93
20	2494,735	40072,34	$2^1P_2-3^1D$	40072,33
12	2494,590	40074,67	$2^1P_1-3^1D$	40074,68

Rowland
und
Tatnall
red. a.
intn. ÅE
3367,582986,43
2986,06
2898,24

Tabelle 2 (Fortsetzung)
Die Wellenlängen des Spektrums Be I

Int.	λ_L	ν	Komb.	$\nu_{\text{ber.}}$		
8	2494,547	40075,36	$2^1P_0-3^1D$	40075,36		
8	2350,826	42525,2	$2^1P_1-4^1S$	42525,23		
7	2350,689	42527,7	$2^1P_{1,0}-4^1S$	$\begin{cases} 42527,58 (P_1) \\ 42528,26 (P_0) \end{cases}$		
50R.	2348,612	42565,3	2^1S-2^1P	42565,3		
6	2175,069	45961,1	$2^1P_2-4^1D$	45961,1		
4	2174,942	45963,8	$2^1P_{1,0}-4^1D$	$\begin{cases} 45963,45 (P_1) \\ 45964,13 (P_0) \end{cases}$		
Int.	$\lambda_{\text{vak.}}$	ν	Komb.	$\nu_{\text{ber.}}$	Bowen u. Millikan	Selwyn
5	2126,37	47028,5	$2^1P_{2,1}-5^1S$	$\begin{cases} 47026,83 P_2 \\ 29,18 P_1 \end{cases}$	2126,57	
20	2056,52	48625,9	$2^1P_{2,1}-5^1D$	$\begin{cases} 48623,33 P_2 \\ 26,58 P_1 \end{cases}$	2056,71	
4	2033,30	49181,1	$2^1P_{2,1}-6^1S$	$\begin{cases} 49179,43 P_2 \\ 81,78 P_1 \end{cases}$	2033,43	
10	1998,01	50049,8	$2^1P_{2,1}-6^1D$	$\begin{cases} 50048,13 P_2 \\ 50,48 P_1 \end{cases}$	1998,19	
3	1985,13	50374,6	$2^1P_{2,1}-7^1S$	$\begin{cases} 50372,93 P_2 \\ 75,29 P_1 \end{cases}$		1985,34
9	1964,59	50901,1	$2^1P_{2,1}-7^1D$	$\begin{cases} 50899,43 P_2 \\ 901,78 P_1 \end{cases}$	1964,81	
-5	1956,63	51108,3	$2^1P_{2,1}-8^1S$	$\begin{cases} 51106,63 P_2 \\ 08,98 P_1 \end{cases}$		1956,97
5	1943,68	51448,8	$2^1P_{2,1}-8^1D$	$\begin{cases} 51447,13 P_2 \\ 49,48 P_1 \end{cases}$	1943,60	
3	1929,67	51822,4	$2^1P_{2,1}-9^1D$	$\begin{cases} 51820,73 P_2 \\ 23,08 P_1 \end{cases}$		1929,47
2	1919,76	52089,8	$2^1P_{2,1}-10^1D$	$\begin{cases} 52088,13 P_2 \\ 90,48 P_1 \end{cases}$		1919,62
1	1912,49	52287,8	$2^1P_{2,1}-11^1D$	$\begin{cases} 52286,13 P_2 \\ 88,48 P_1 \end{cases}$		1912,75
-5	1907,12	52435,2	$2^1P_{2,1}-12^1D$	$\begin{cases} 52433,83 P_2 \\ 36,18 P_1 \end{cases}$		
12	1661,486	60187,1	(2^1S-3^1P)	60187,1		1661,48
4	1487,472	67228,2	(2^1S-4^1P)	67228,3		

Sie gehören zu einer Erweiterung¹⁾ dieses Spektrums, welche bei gleichzeitiger Anregung der beiden Elektronen eintritt. Daß im vorliegenden Falle im Gegensatz zu den sonst bekannten zwei Elektronenspektren eine höhere Anregung auch

1) Vgl. F. Paschen, Sitzungsber. Berl. Akad. d. Wiss. XXXII. S. 574. 1930.

des zweiten Elektrons eintreten kann, liegt wohl an der großen Stabilität des mit seinen drei Teiltermen metastabilen Zustandes $2s\,2p\,^3P$. Da aber die neuen Linien höherer Anregung in der Glimmschicht fehlen, obwohl dort das Spektrum Be II gut entwickelt auftritt, so genügt die Metastabilität des Terms $2\,^3P$ noch nicht. Die Tatsache, daß die neuen Linien bei Gegenwart von Wasserstoff und Sauerstoff verstärkt werden und die weitere Tatsache, daß sie stets zusammen mit der (Be_2) -Bande auftreten, deutet auf chemische Vorgänge wie Hydrid-Hydroxyd- und Molekülbildung hin. Die Dissoziation aus einem Molekül scheint eine wesentliche Bedingung zu ihrer Erzeugung zu sein.

Die niederste Anregung des Zustandes $2s\,2p\,^3P$ führt zum Zustand $2p\,2p$ und erfordert 4,66 Volt für den 3P -Term desselben, 6,1 Volt für den 1D -Term und 7,05 Volt für den 1S -Term. Die beiden letzteren Terme sind nicht bewiesen. Aber die Linie 3455,2 ÅE ist die einzige von den neuen Linien, welche auch im Glimmlicht stets mit einiger Intensität zugegen ist, und welche nächst der Gruppe 2650 am leichtesten anregbar erscheint. Nach ihr käme die Linie 2738,1.

Die weitere Anregung vom Zustand $2s\,2p\,^3P$ aus führt nacheinander zu den Konfigurationen $3s\,2p$, $3p\,2p$, $3d\,2p$. Die für diese gefundenen Terme entsprechen der Größe nach den zu erwartenden Anregungen. In folgender Tabelle ist die Anregung vom $2s\,2p\,^3P$ aus bis zu dem betreffenden Term verglichen mit der Anregung eines Termes entsprechenden Elektronenüberganges des einfachen Spektrums. Der Übergang des zweiten Elektrons ist also der gleiche in beiden Fällen. Das erste Elektron bleibt dabei im einfachen Spektrum im $2s$ -Zustand, im erweiterten im $2p$ -Zustand. Alle drei Anregungen sind im erweiterten um rund 1 Volt höher als im einfachen Spektrum. Die Stufen der Anregung entsprechen einander.

Hierdurch ist auch der Term $2p\,3p\,^3P$, der nur durch die Liniengruppe 3019 gestützt ist, und dessen Zahlenwert noch mit der Unsicherheit des Terms $2s\,3p\,^3P$ behaftet ist, ziemlich wahrscheinlich. Seine Größenordnung wird richtig sein, und die Gruppe 3019 wird diese Bedeutung haben.

Die neuen Terme sind im übrigen nach ihren Kombinationen erkannt, so der $2p\,3d\,^3D$ -Term als solcher, weil

$2p\ 2s\ ^1P-2p\ 3s\ ^3P=63576,9$ (7,85 Volt)	$\left\{ \begin{array}{l} 2s\ 2s\ ^1S-2s\ 3s\ ^1S=54677,2\ (6,74\ \text{Volt}) \\ 2s\ 2s\ ^1S-2s\ 3s\ ^3S=52084,1\ (6,43\ \text{Volt}) \end{array} \right.$
$2p\ 2s\ ^1P-2p\ 3p\ ^1P=67969,5$ (8,39 Volt)	$\left\{ \begin{array}{l} 2s\ 2s\ ^1S-2s\ 3p\ ^1P=60187\ (7,43\ \text{Volt}) \\ 2s\ 2s\ ^1S-2s\ 3p\ ^3P=56843\ (7,02\ \text{Volt}) \end{array} \right.$
$2p\ 2s\ ^3P-2p\ 3d\ ^1D=72210,0$ (8,91 Volt)	$\left\{ \begin{array}{l} 2s\ 2s\ ^1S-2s\ 3d\ ^1D=64428,2\ (7,95\ \text{Volt}) \\ 2s\ 2s\ ^1S-2s\ 3d\ ^3D=62056,8\ (7,66\ \text{Volt}) \end{array} \right.$

Tabelle 3

Das Termschema Be II

	$n=2$	3	4	5	6	7	8
$ns\ ^1S$	146881,7	58650,5	31416,5	19545,6	13322,6	9655,7	
$np\ ^1P_{1/2}$	114952,9	50385,3					
$\quad\quad\quad ^3P_{3/2}$	114946,3	50383,5	28122	17911,5	12396,1	9086	
$nd\ ^1D$		48828,5	27459,5	17570,4	12199,7	8961,7	6861,3
$nf\ ^3F$			27437,1	17559,8	12193,6	8958,6	

Tabelle 4

Beryllium II, Wellenlängen

Int.	λ_L	ν	Komb.	$\nu_{\text{ber.}}$
12	5270,843	18967,0	$3\ P_{1/2}-4\ S$	18967,0
10	5270,322	18968,9	$3\ P_{1/2}-4\ S$	18968,8
7	4828,119	20706,2	$3\ D-4\ F$	20706,3
20	4673,462	21391,4	$3\ D-4\ F$	21391,4
10	4361,025	22924,0	$3\ P_{3/2}-4\ D$	22924,0
9	4360,690	22925,8	$3\ P_{1/2}-4\ D$	22925,8
10	3274,640	30528,9	$3\ S-4\ P$	30528,5
10	3241,835	30837,9	$3\ P_{3/2}-5\ S$	30837,9
6	3241,646	30839,7	$3\ P_{1/2}-5\ S$	30839,7
3	3233,538	30917,0	$3\ D-5\ P$	30917,0
6	3197,164	31268,7	$3\ D-5\ F$	31268,7
50	3130,416	31935,4	$2\ S-2\ P_{3/2}$	31935,4
30	3131,064	31928,8	$2\ S-2\ P_{1/2}$	31928,8
8	3046,676	32813,1	$3\ P_{3/2}-5\ D$	32813,1
6	3046,520	32814,8	$3\ P_{1/2}-5\ D$	32814,9
4	2728,83	36634,9	$3\ D-6\ F$	36634,9
1	2697,33	37062,7	$3\ P-6\ S$	37060,9 62,7
2	2618,10	38184,2	$3\ P-6\ D$	38183,8 85,6
1	2507,40	39869,9	$3\ D-7\ F$	39869,9
3	2453,89	40739,2	$3\ S-5\ P$	40739,0
2	2413,45	41421,8	$3\ P_{3/2}-7\ D$	41421,8
-5	2296,97	43522,2	$3\ P_{3/2}-8\ D$	43522,2
1	2161,275	46254,4	$3\ S-6\ P$	46254,4

Tabelle 4 (Fortsetzung)

Int.	$\lambda_{\text{vak.}}$	ν	Komb.	$\nu_{\text{ber.}}$
8	1776,339 ^{*)}	56295,6	2 $P_{3/2}$ —3 S	56295,8
6	1776,118 ^{*)}	56302,6	2 $P_{1/2}$ —3 S	56302,4
10	1512,451 ^{*)}	66117,8	2 $P_{3/2}$ —3 D	66117,8
8	1512,303 ^{*)}	66124,3	2 $P_{1/2}$ —3 D	66124,4
10	1197,19	83529,0	2 $P_{3/2}$ —4 D	83529,8
7	1143,03	87486,8	2 $P_{3/2}$ —4 D	87486,8
6	1048,234	95398,5	2 $P_{3/2}$ —5 S	95400,7
8	1036,271	96499,8	2 S —3 $P_{3/2}$	96498,2
6	1026,926	97378,0	2 P —5 D	97375,9
2	984,025	101623,5	2 $P_{3/2}$ —6 S	82,5 101623,7
5	973,266	102747	2 $P_{3/2}$ —6 D	102746,6
1	949,746	105291	2 $P_{3/2}$ —7 S	105290,6
4	943,559	105982	2 $P_{3/2}$ —7 D	105984,6
-5	925,246	108079	2 $P_{3/2}$ —8 D	108085,0
7	842,057	118757	2 S —4 P	118760
4	775,375	128970	2 S —5 P	128970,2
3	743,579 ¹⁾	134485	2 S —6 P	134485,6
-5	725,71	137796	2 S —7 P	137796

^{*)} Zahlen nach J. S. Bowen und R. A. Millikan.

er mit dem $2s3d^3D$ und dem $2p2p^3P$ -Term, nicht aber mit dem $2s3s^3S$ -Term kombiniert. Auch ist die verschiedene Konfiguration der zwei Gebilde 3110 und 2898 mit einem 3D -Term in Einklang.

Alle diese Linien und Liniengruppen des erweiterten Spektrums Be I sind in Wasserstoff von Atmosphärendruck außerordentlich stark, am stärksten auf einer Aufnahme, bei der der Behälter des Bogens etwas undicht war, so daß von Zeit zu Zeit während der Aufnahme schwache Knallgasexplosionen einsetzten. Die Gruppen 4253, 3865, 2986, an welchen der Term $2p3s^3P$ beteiligt ist, werden in Wasserstoff mit wachsendem Druck am meisten verstärkt. Sie sind im Bogen im Vakuum von $1/10$ mm Druck die schwächsten. Sie fehlen völlig auf allen Glimmlichtaufnahmen. Die Gruppen 3019 und 3110 sind auf einer Aufnahme des Glimmlichtes schwach vorhanden, bei der der Heliumdruck größer war. Für 2898 I. und II. Ordnung war bei dieser Aufnahme keine Platte gesetzt.

1) Bei Abwesenheit von Neon 743,725 gemessen.

Anmerkung bei der Korrektur

Wir haben zu unserem Bedauern die schöne Arbeit von R. F. Paton und G. M. Rassweiler¹⁾ übersehen, welche im elektrischen Vakuumofen bei 2500° abs. die beiden Singulettserien entdeckt haben. Unsere Versuche zur Auffindung des Singulettsystems ergeben daher eine Bestätigung ihres Resultates, dürften aber insofern weiter führen, als wir in jeder Serie noch drei höhere Glieder fanden. Auch halten wir unsere Werte der Wellenlängen und Terme für genauer. So möchten wir bezweifeln, daß die von R. F. Paton und R. E. Nussbaum²⁾ gefundene Linie 4553,07 Å die Zwischenkombination $2^1S_0-2^3P_1$ ist, da wir diese Linie nie beobachtet haben, und da sie außerhalb des Bereiches liegt, in dem sie nach unseren Termwerten zu erwarten ist.

1) R. F. Paton u. G. M. Rassweiler, Phys. Rev. **33**. S. 16. 1929.

2) R. F. Paton u. R. E. Nussbaum, Phys. Rev. **33**. S. 1093. 1929.

(Eingegangen 20. Februar 1931)

V
8

1
0
3
1
2
3

Zeitschrift
für
wissenschaftliche Photographie
Photophysik und Photochemie

29. Band

herausgegeben unter Mitwirkung bekannter
Fachautoritäten von

K. Schaum

o. ö. Professor an der Universität Bonn

Die „Z. f. w. Photographie“ ist die einzige deutsche Sammelstätte für photochemische, speziell wissenschaftlich-photographische Forschung. Zu den Lesern gehören die Fabriken, die Großhandlungen, die wissenschaftlichen Institute des In- u. Auslandes, die Laboratorien, die Fachgelehrten usw.

Im Anzeigenteil ist für alle Fachfabrikate, für jeden Bedarf der photographischen Industrie und der Laboratorien eine einzigartige und unübertreffbar günstige Ankündigungsmöglichkeit geboten.

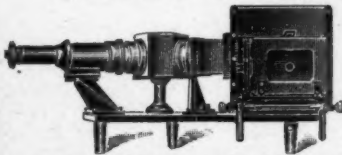
Probenummern auf Wunsch kostenfrei vom Verlag

JOHANN AMBROSIOUS BARTH

ANZEIGEN - ABTEILUNG

LEIPZIG, SALOMONSTR. 18 B

Dr. CARL LEISS, Berlin-Steglitz, Feldstraße 10
Physikalisch-optische Instrumente



Quarz-Spektrograph Mod. B.

Neues Elektrometer, hoch empfindlich ($\frac{1}{1000}$ Volt), nach Prof. E. Perucca.

Spektral-Apparate, Spektrometer.
Spektrographen mit Glas-, Quarz- und
Fluorit-Optik.

Monochromatoren für das sichtbare
ultraviolette und ultrarote Gebiet.

Röntgen-Spektrographen und Röhren
nach Prof. M. Siegbahn usw.



Neueste Röntgen-Ölluftpumpe

**D.R.P., mit doppelter Ansaugleistung
5 cbm/Std.**

Aus Eisen — ohne Ölrückschlag
Einfache, betriebssichere Konstruktion

Die bisherige, kleinere Type hat sich seit Jahren
als äußerst betriebssicher erwiesen. Referenzen
über gute Leistung nach 1000 Betriebsstunden.

Nach dem Prüfungsergebnis der Physikalisch-
Technischen Reichsanstalt beträgt das End-
vakuum, beobachtet am Saugstutzen der Pumpe
Fabrik-Nummer 18115

etwa $1,5 \cdot 10^{-5}$ mm Hg

Abschrift des Prüfungsprotokolles vom 5. Februar 1929
steht zur Verfügung

Liste 72a anfordern

Arthur Pfeiffer, Wetzlar i

Gegründet 1890

Gegründet 1890

Verantwortlich für den Anzeigenteil: Bernhard v. Ammon, Leipzig C 1, Salomonstr. 18b
Printed in Germany Metzger & Wittig Leipzig

V
8

E
C
C
C

2

0
b
g